

[電気・電子物性目次]

第1章	電子の基本的性質	1
第2章	原子・分子中の電子	16
第3章	結晶中の電子	24
第4章	電子と物性	28

科目名	電気・電子物性/Electrical Material Property
単位数	2単位
配当期	前期
時間数	2時間
担当者	難波 典之
教科書	
参考書	一ノ瀬昇編著「電気・電子機能材料」オーム社
講義のねらい	物質の電気特性を支配するのは電子である。電子は単独で広い自由な空間に存在するときと、狭くて束縛の強い空間に閉じ込められているときでは異なる挙動を示す。また、電子は通常多数の集団で行動し、単独の場合とは異なる挙動を示す。このような特性をもつ電子と物質の電気特性との関係を明らかにすることが本講義のねらいである。
講義内容	講義は以下の内容を柱として進める。 (1) 電子の基本的性質 (2) 原子・分子中の電子 (3) 結晶中の電子 (4) 電子と物性（磁性、誘電性、導電性）
成績評価方法	試験（1回）、演習レポート（1～2回）、および出席を加味して評価する。
関連科目	電子工学、電気・電子材料
質問受付時間・場所	
電子メールアドレス	

第1章 電子の基本的性質

1-1. 自由空間の電子

(a) 遊離電子の生成

(i) 物質(主として金属)を加熱する熱電子

(ii) 物質に光を照射する光電子

(iii) 物質に高電界を近接する冷電子

(iv) 高速電子を物質に衝突する二次電子

(v) 放射性元素の原子核崩壊に伴う β 線(電子の集合)

(2) 遊離電子の性質

(i) 帯電量(電荷)

$$q_e = -e = -1.602 \times 10^{-19} [C]$$

e : 電気素量(電気の最小単位) - 全素粒子中 **最小**

(ii) 質量(静止時) $m_0 = 9.11 \times 10^{-31} [kg]$

運動時の質量 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ (アインシュタインの公式)

v : 電気速度, c : 光速 ($\approx 3.00 \times 10^8 [m/s]$)

(iii) サイズ $R_e \approx 10^{-15} [m]$ (原子サイズの10万分の1)

$$R_a \approx 10^{-10} [m] = 1 [\text{\AA}]$$

オングストロム

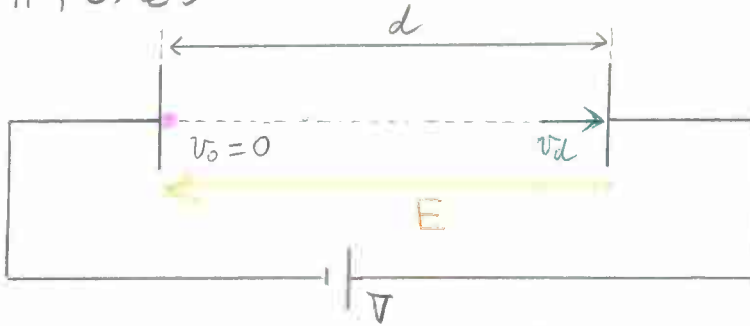
(iv) 比電荷 (Specific Charge)

$$\kappa_c = \frac{q_e}{m_0} = \frac{e}{m_0} = \frac{1.602 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}} = 1.76 \times 10^{11} [C/kg]$$

(全帯電粒子中 **最大**)

1-2. 電磁界中の電子

(a) 電界中の電子



- 電子の運動方向：電界方向（逆向き）
- 電子の加速度

$$a = \frac{e}{m} E = \overset{\text{全粒子中最大}}{\eta} E = \eta \frac{V}{d} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

- 電子の陽極到達速度

$$v_d = \sqrt{\frac{2d}{m} V} = \sqrt{2\eta V} \text{ [m/s]} = 5.94 \times 10^5 \sqrt{V} \text{ [m/s]}$$

d に無関係

v_0 ：電子の初速度， e ：電気素量 (1.602×10^{-19} [C])

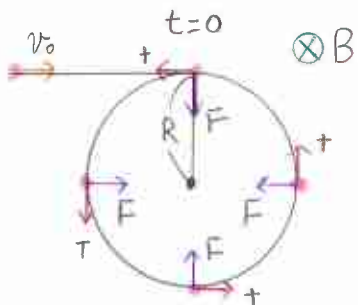
m ：電子質量 ($\approx m_0 = 9.11 \times 10^{-31}$ [kg])

η ：比電荷 ($\approx 1.76 \times 10^{11}$ [C/kg])

E ：電界強度， V ：電圧 [V]， d ：電極間隔 [m]

電子は電界からエネルギーを獲得する $v_0 = 0 \rightarrow v = v_d$

(2) 磁界中の電子



等速円運動

$t=0$: 磁界が印加された時刻

v_0 : 電子の初速度 [m/s]

B : 磁束密度 [T]

F : 求心力 [T]

• 回転半径

$$R = \frac{mv_0}{eB} = \frac{v_0}{\omega B} \text{ [m]}$$

• 回転速度

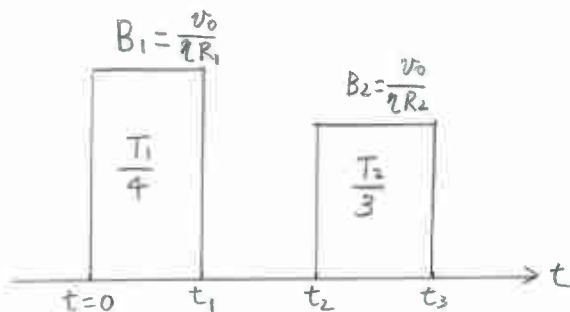
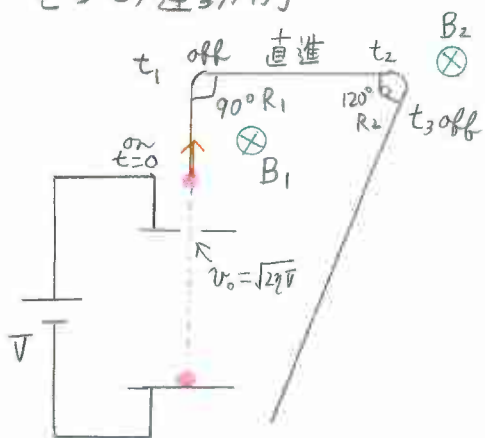
$$\omega = \omega_0 \text{ [rad/s]} \text{ (初速度)}$$

• 回転周期 (1回転に要する時間)

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega B} \text{ [s]}$$

電子は磁界からエネルギーを獲得できない → 方向を変えるため

電子の運動例

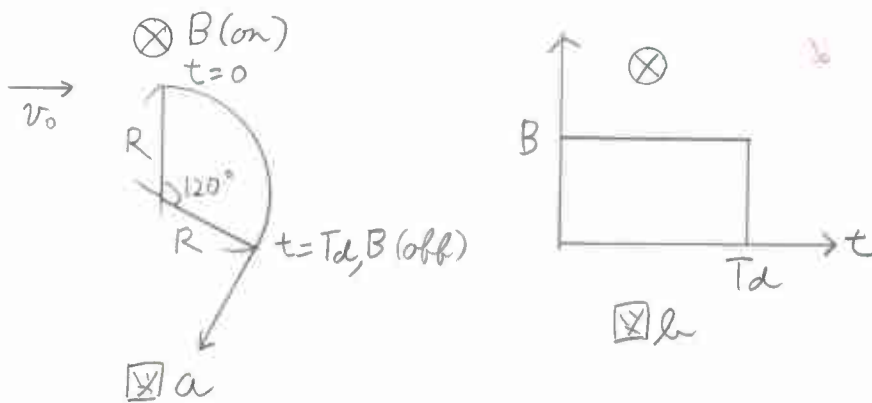


パルス磁界

$$T_1 = \frac{\pi}{2\omega B_1}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{3\omega B_2}$$

例. 初速度 $v_0 = 2.5 \times 10^6$ [m/s] の電子に, 図aのような運動をさせるには, 図bのようなパルス磁界を加える。この磁界について次の値を求めよ。ただし, $R = 20$ [μm] である。

(a) 磁束密度 B [T] (b) パルス幅 T_d [s]



<解答>

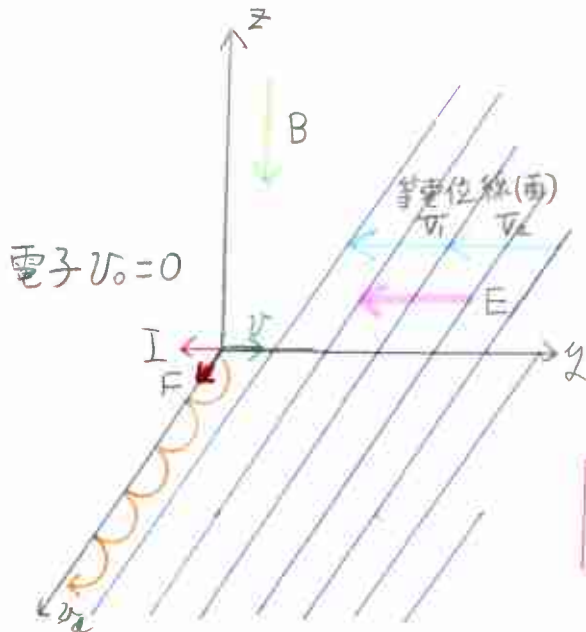
(a) 磁束密度 B は

$$R = \frac{v_0}{\eta B} \Rightarrow B = \frac{v_0}{\eta R} = \frac{2.5 \times 10^6}{1.76 \times 10^{11} \times 20 \times 10^{-6}} = \underline{0.71 \text{ [T]}}$$

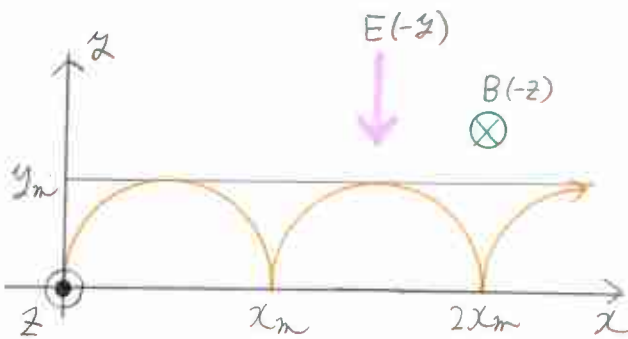
(b) パルス幅 T_d は

$$T_d = \frac{T}{3} = \frac{2\pi}{3\eta B} = \frac{2\pi}{3 \times 1.76 \times 10^{11} \times 0.71} = \underline{1.68 \times 10^{-11} \text{ [s]}}$$

(C) 電界・磁界共存中の電子



$$y_m = \frac{E}{\hbar B^2} [\text{m}], \quad \lambda = \frac{2\pi E}{\hbar B} [\text{m}^2]$$



ω_c : サイクロイド共鳴周波数 [rad/s]

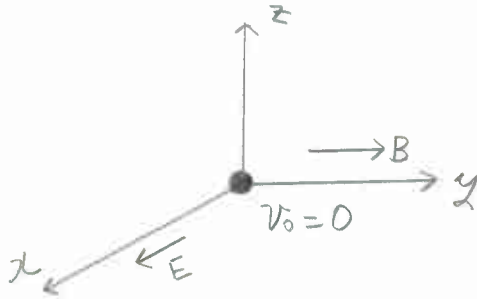
v_d : 平均ドリフト速度 [m/s]

\hbar : 比電荷 ($= \frac{e}{m}$) [C/kg]

$$T_c = \frac{2\pi}{\hbar B} [\text{s}], \quad v_d = \frac{x_m}{T} = \frac{E}{B} [\text{m/s}]$$

石磁界および電界に垂直な等電位線(面)に沿ってサイクロイド運動する

例1. (1) x 方向に電界 E , y 方向に磁界 B の共存中の電子運動を図示せよ。

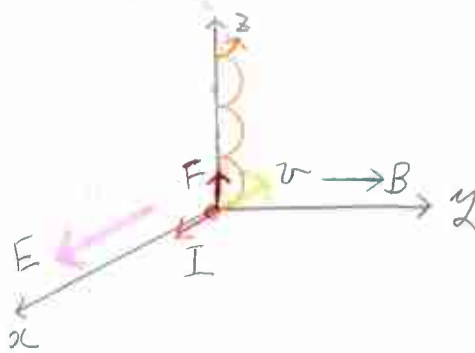


(2) (1) において, $E = 100$ [V/m], $B = 0.2$ [T] としたとき, 次の各値を求めよ。

(a) ジャービソングの高さ y_m [m] (b) ホッピング幅 x_m [m] (c) 平均ドリフト速度 v_d [m]

<解答>

(1) 電子運動図は下図の通り

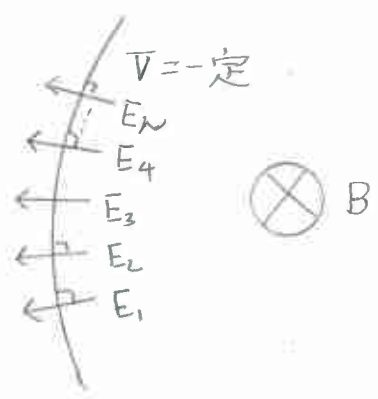


$$(2) (a) y_m = \frac{E}{\omega B^2} = \frac{100}{1.76 \times 10^{11} \times 0.2^2} = 14.2 \times 10^{-9} = \underline{142} \text{ [nm]}$$

$$(b) x_m = \frac{2\pi E}{\omega B^2} = 2\pi y_m = 2 \times 3.14 \times 142 = \underline{8.92} \text{ [nm]}$$

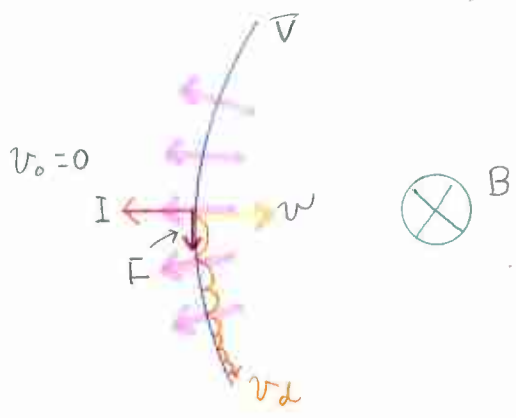
$$(c) v_d = \frac{E}{B} = \frac{100}{0.2} = \underline{500} \text{ [m/s]}$$

例2. 図の様な電気力線と等電位面に磁界が加えられたとき、電子の運動の概略を書け。ただし、 $E_1 < E_2 < \dots < E_n$ とする。



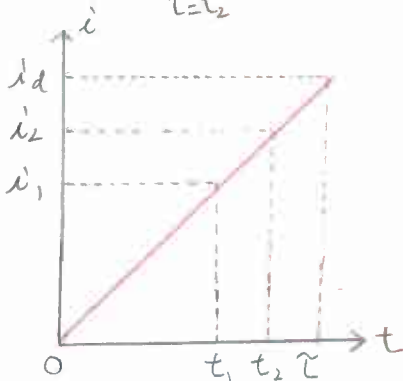
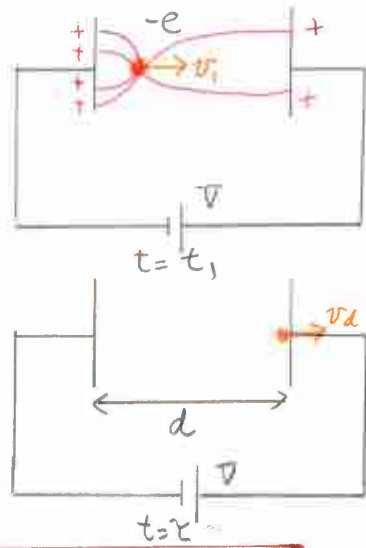
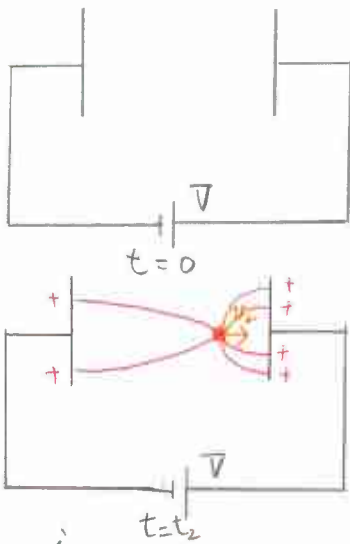
<解答>

フレミングの左手の法則から、下図の通り



(d) 誘導電流

電子が空間を移動中の電子(静電誘導による電流)



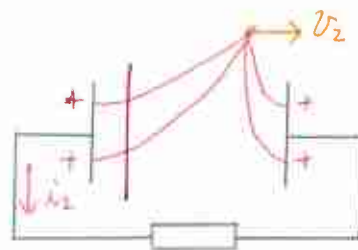
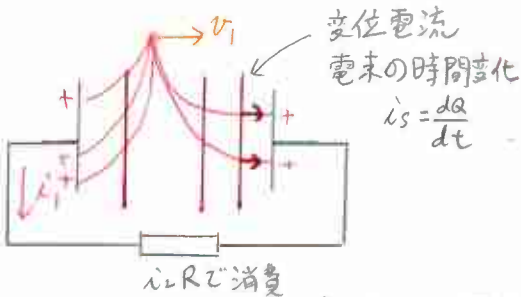
$$i = \frac{ev}{d} = \frac{ea}{d} = t [A] \quad (0 \leq t \leq \tau)$$

v : 電子速度 [m/s], a : 電子加速度 [m/s²]

e : 電子電荷 (1.60×10^{-19} [C])

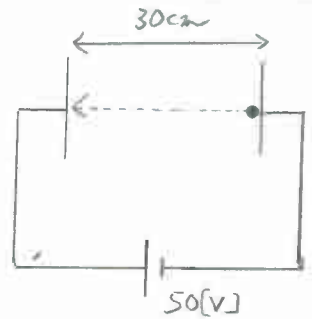
τ : 時間 [s], d : 電極間隔 [m]

電子が通過する時、回路に電流が流れる。(電子は減速)



電子が回路にエネルギーを与える

(例) 図示のような電界中陰極に置かれた電子が陽極に到達する場合について、次の値を求めよ。



- (a) 到達時間の速度 v_d
 (b) 出発から到達までの時間 t
 (c) $t = \frac{\tau}{2}$ における誘導電流 I

<解答>

(a) 到達速度 v_d は

$$v_d = \sqrt{2eV} = \sqrt{2 \times 1.76 \times 10^{11} \times 50} = \underline{4.20 \times 10^6 \text{ [m/s]}}$$

(b) 電子に生ずる加速度 a [m/s²] は

$$a = e \frac{V}{d} = 1.76 \times 10^{11} \times \frac{50}{10^{-3}} = 2.93 \times 10^{13} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

時間 t は

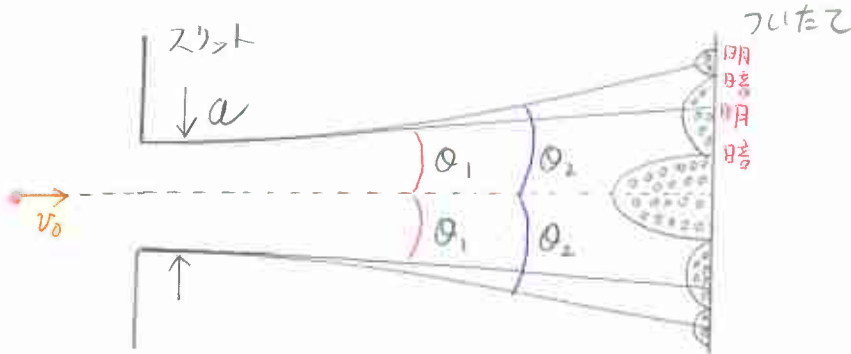
$$\frac{1}{2} a t^2 = d, \therefore t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.3}{2.93 \times 10^{13}}} = \underline{1.43 \times 10^{-7} \text{ [s]}}$$

(c) 誘導電流 I は

$$I = t = \frac{\tau}{2} = \frac{e v_d}{2d} = \frac{1.60 \times 10^{-19} \times 4.20 \times 10^6}{2 \times 0.3} = \underline{1.12 \times 10^{-12} \text{ [A]}}$$

1-3 微小空間中の電子

(a) 電子の波動性



回折現象

$$\theta_1 = \sin^{-1} \frac{3h}{2m v_0 a}$$

$$\theta_2 = \sin^{-1} \frac{5h}{2m v_0 a}$$

θ_1 : 一次回折角 [rad] (電子到達率の高い角)

θ_2 : 二次回折角 [rad]

v_0 : 電子速度 [m/s]

a : スリット幅 [m]

m : 電子質量 (9.11×10^{-31} [kg])

h : プランク定数 (6.63×10^{-34} [J·s])

スリット幅が狭いほど回折角は大

⑬④ 1. スリットを速度 $v_0 = 5 \times 10^6$ [m/s] で通過する電子の一次回折角を次の幅それぞれについて求めよ。

(a) $a = 1$ [cm]

(b) $a = 3$ [Å]

<解答>

(a) $a = 1$ [cm] = 1×10^{-3} [m] より

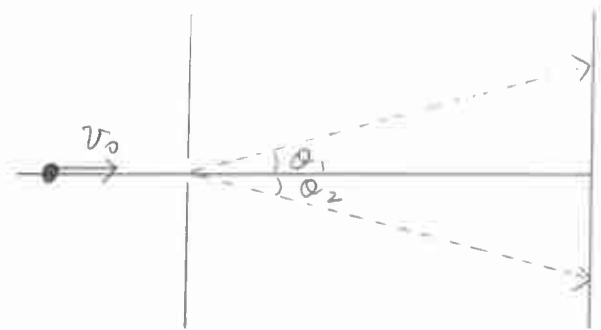
$$\begin{aligned} \theta_1 &= \sin^{-1} \frac{3\hbar}{2m v_0 a} = \sin^{-1} \frac{3 \times 6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 5.0 \times 10^6 \times 1.0 \times 10^{-3}} \\ &= \sin^{-1} \frac{1.99 \times 10^{-33}}{9.11 \times 10^{-27}} = \underline{2.18 \times 10^{-7} \text{ [rad]}} \end{aligned}$$

(b) $a = 3$ [Å] = 3.0×10^{-10} [m] より

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \sin^{-1} \frac{3\hbar}{2m v_0 a} = \sin^{-1} \frac{3 \times 6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 5.0 \times 10^6 \times 3.0 \times 10^{-10}} \\ &= \sin^{-1} \frac{1.989 \times 10^{-33}}{2.733 \times 10^{-33}} = \underline{8.15 \times 10^{-1} \text{ [rad]}} \end{aligned}$$

①2. 初速度 $v_0 = 2.0 \times 10^7$ [m/s] で図のよう右スリットを通過する電子の一次回折角を次のスリット幅それぞれについて求めよ。

(a) $a = 2.5$ [nm] (b) $a = 2.5$ [Å]



<解答>

(a) $a = 2.5$ [nm] = 2.5×10^{-3} [m] より

$$\theta_1 = \sin^{-1} \frac{3\hbar}{2m v_0 a} = \sin^{-1} \frac{3 \times 6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 2.0 \times 10^7 \times 2.5 \times 10^{-3}}$$

$$= \sin^{-1} \frac{1.99 \times 10^{-33}}{9.11 \times 10^{-26}} = \underline{2.18 \times 10^{-8} \text{ [rad]}}$$

(b) $a = 2.5$ [Å] = 2.5×10^{-10} [m] より

$$\theta_1 = \sin^{-1} \frac{3\hbar}{2m v_0 a} = \sin^{-1} \frac{3 \times 6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 2.0 \times 10^7 \times 2.5 \times 10^{-3}}$$

$$= \underline{0.22 \text{ [rad]}}$$

(b) 運動方程式 (波動方程式)

シュレーディンガーの方程式 (結果のみ示す)

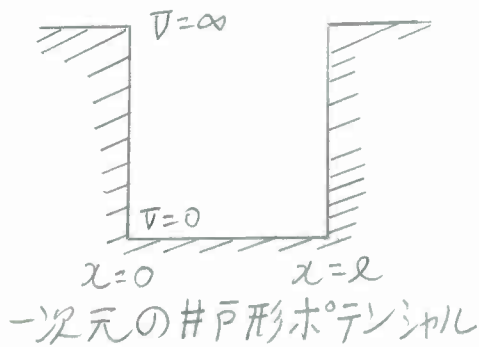
$$\frac{\hbar^2}{8\pi m^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + (E - V) \psi = 0$$

E: エネルギー固有値 (電子の取り得る全エネルギー) [J]

V: ポテンシャルエネルギー (電子の位置エネルギー) [J]

 ψ : 波動関数 (電子のその場所に存在する確率に關係) $|\psi|^2$: 存在確率 [$1/m^2$]解の手順 \Rightarrow Vが条件として与えられる。ある特定のEに対して ψ が求められる

(例) 図示のような一次元の箱中の電子について、 E および ψ を求めよ。



$$0 \leq x \leq l : V=0 \text{ (箱中)}$$

$$x < 0, x > l : V=\infty \text{ (箱外)}$$

ポテンシャルエネルギー V

<解答>

電子が取りうることのできるエネルギー E_n

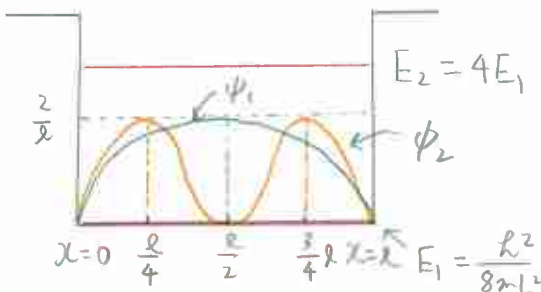
$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \text{ [J]} \quad (n=1, 2, \dots)$$

波動関数 ψ_n

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \text{ [m}^{-\frac{3}{2}}\text{]}$$

$$(n=1, 2, \dots)$$

$n=1$ および $n=2$ のときの E と ψ は



$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$

$$\psi_2 = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{2\pi}{l}x\right)$$

第2章 原子・分子中の電子

2-1. 原子(イオン)中の電子

原子を表わすポテンシャル関数



(a) 水素原子中の電子



シュレディンガーの方程式の解

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$(r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$$

エネルギー固有値

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ [eV]}$$

(主量子数 $n = 1, 2, 3, \dots$)

波動関数 ψ : n, l, m により指定される関数, ただし,

$$\begin{cases} \text{主量子数} & n = 1, 2, 3, \dots, \infty \\ \text{方位量子数} & l = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ \text{磁気量子数} & m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \end{cases}$$

(b) n, l, m の関係

$$n=1 \text{ --- } l=0 \text{ --- } m=0$$

$$n=2 \text{ --- } l=0 \text{ --- } m=0$$

$$l=1 \text{ --- } m=0$$

$$m=1$$

$$m=2$$

$$n=3 \text{ --- } l=0 \text{ --- } m=0$$

$$l=1 \text{ --- } m=0$$

$$m=1$$

$$m=-1$$

$$l=2 \text{ --- } m=0$$

$$m=1$$

$$m=-1$$

$$m=2$$

$$m=-2$$

(c) ハウリの排他率

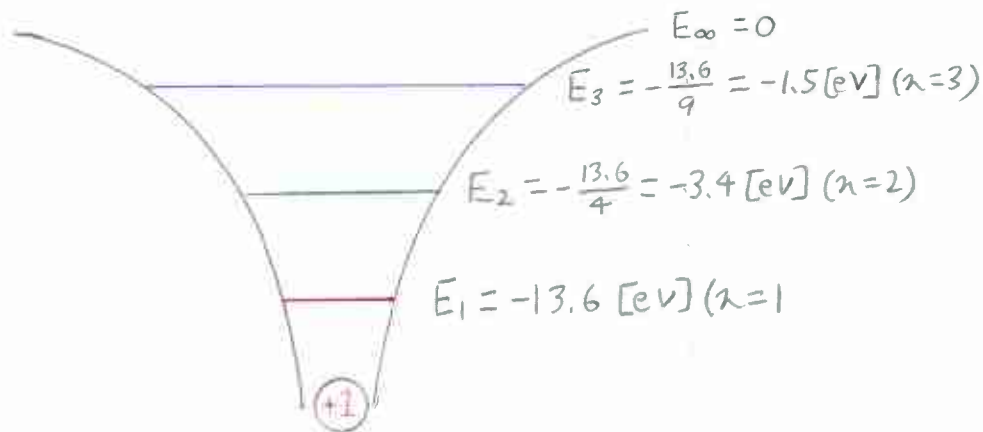
n, l, m で指定される1つの振動関数 ϕ_n, ϕ_l, ϕ_m を

取り得る電子は2つまでである。

- 方位量子数の記号

l	0, 1, 2, 3, 4 ...
	s, p, d, f, g ...

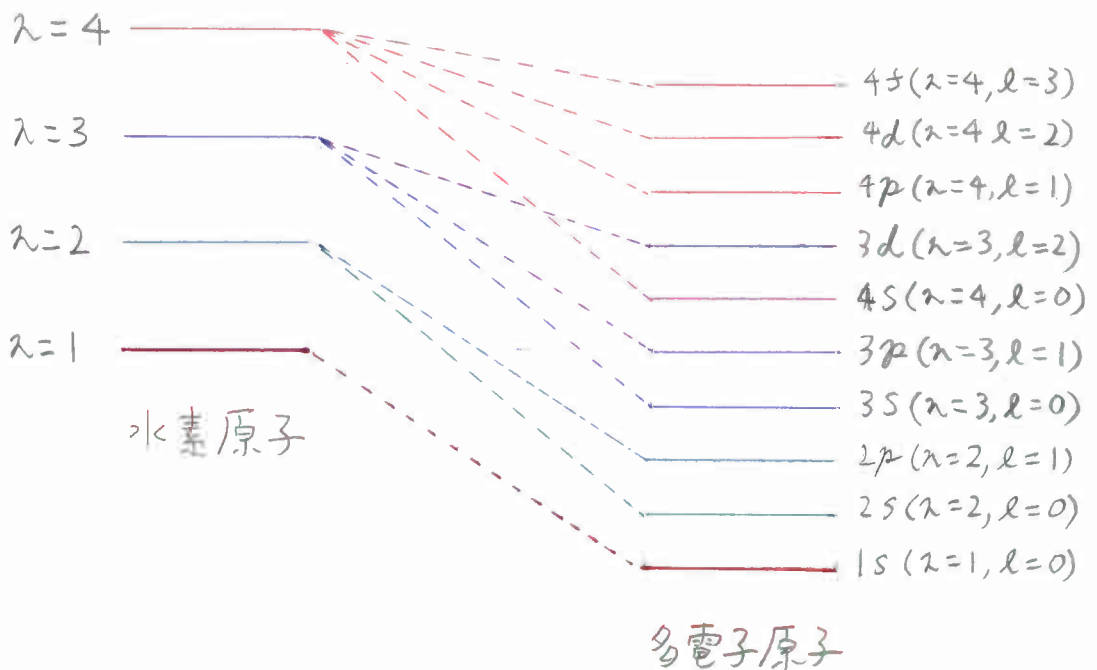
- 水素中の電子のエネルギー準位図



2-2. 多電子原子中(水素以外)の電子

エネルギー固有値が n, l によって指定される

・原子内電子のエネルギー準位図

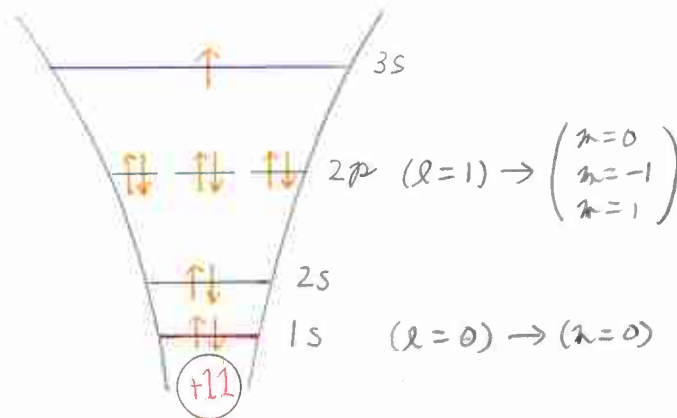


E_{nl} : 波動関数は水素原子の結果と同じく, n, l, m によって指定される。

2-3. 原子及びイオンの電子配位表示例

(a) ナトリウム (Na: 原子番号 11) 原子

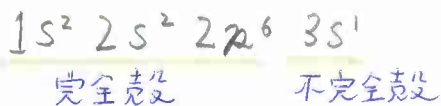
• エネルギー準位図による表示



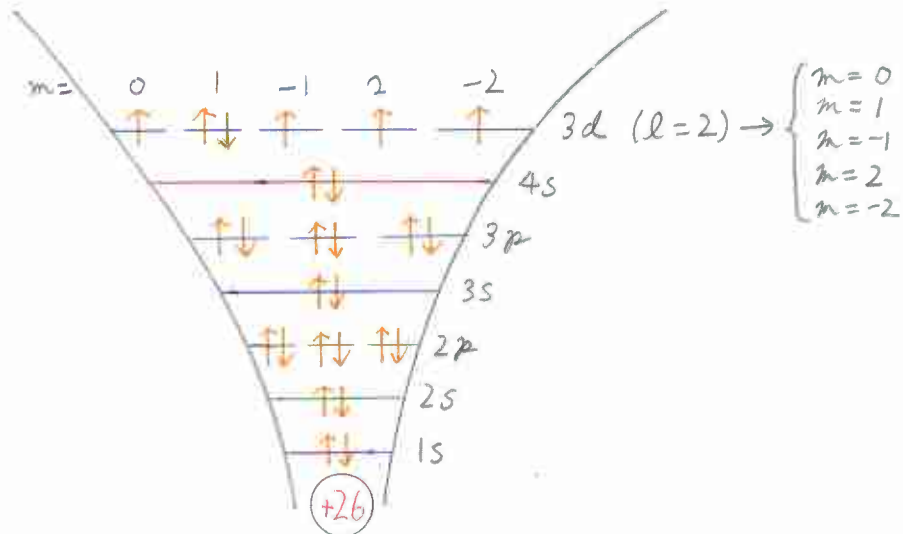
原子核 (陽子数 11)

$\left\{ \begin{array}{l} \uparrow : \text{スピン量子数 } \frac{1}{2} \text{ (自転右回り)} \\ \downarrow : \text{スピン量子数 } \frac{1}{2} \text{ (自転左回り)} \end{array} \right.$

• 記号による表示



(ル)鉄(Fe:原子核26)原子



・フントの法則

不完全なまよびの準位の電子配置による法則

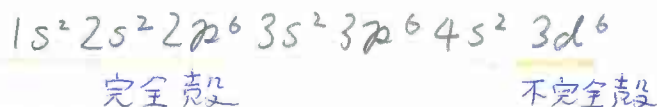
- ① スピン量子数の和 S を最大にする
- ② ① を満足したうえで、磁気量子数の和 L を最大にする。

これを使って、電子配置を使って求めると

$$\text{①より} \quad S = \frac{1}{2} \times 5 + \frac{1}{2} \times (-1) = 2$$

$$\text{②より} \quad L = 0 + 1 + (-1) + 2 + (-2) = 0$$

よって電子配置は

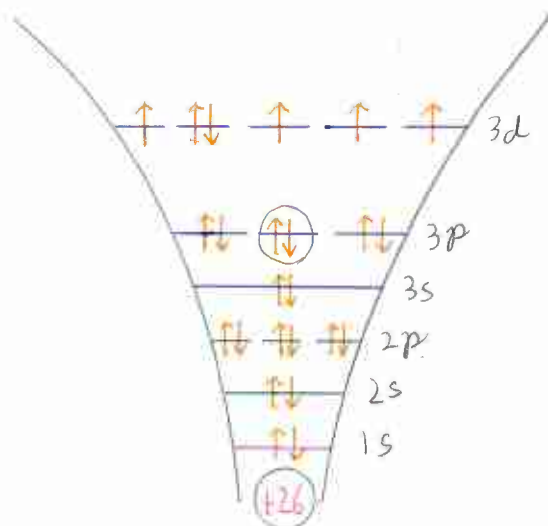


(c) 第1鉄イオン (Fe^{2+} , 電子数24)

Feから電子2個取り去られている

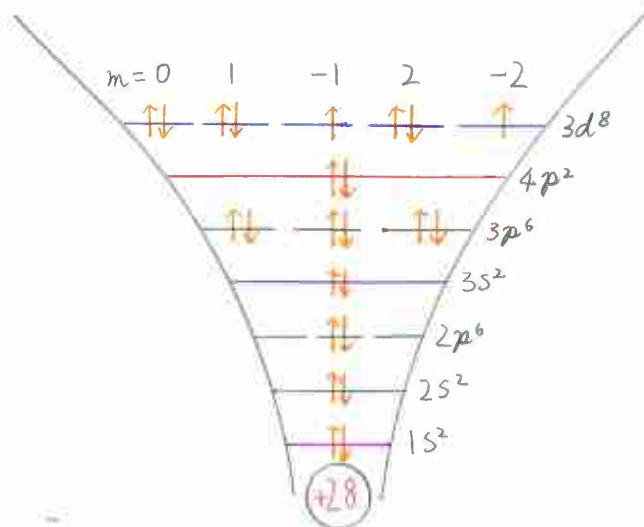
電子配置: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6$

4s準位(波動関数 ϕ の拡がり)の電子が除去される。



例) ニッケル (Ni: 原子核28) 原子の電子配位エネルギー準位図及び記号で示せ。

<解答>



$$S = \frac{1}{2} \times 5 - \frac{1}{2} \times 3 = 1$$

$$L = 0 + 1 + (-1) + 2 + (-2) + 0 + 1 + 2 = 3$$

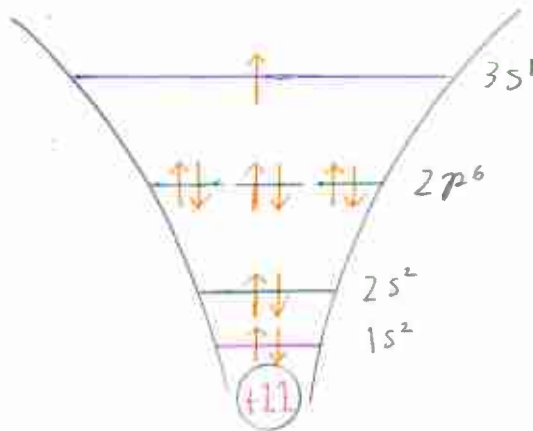
$$\therefore 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^8$$

第3章 結晶中の電子

3-1. 金属結晶

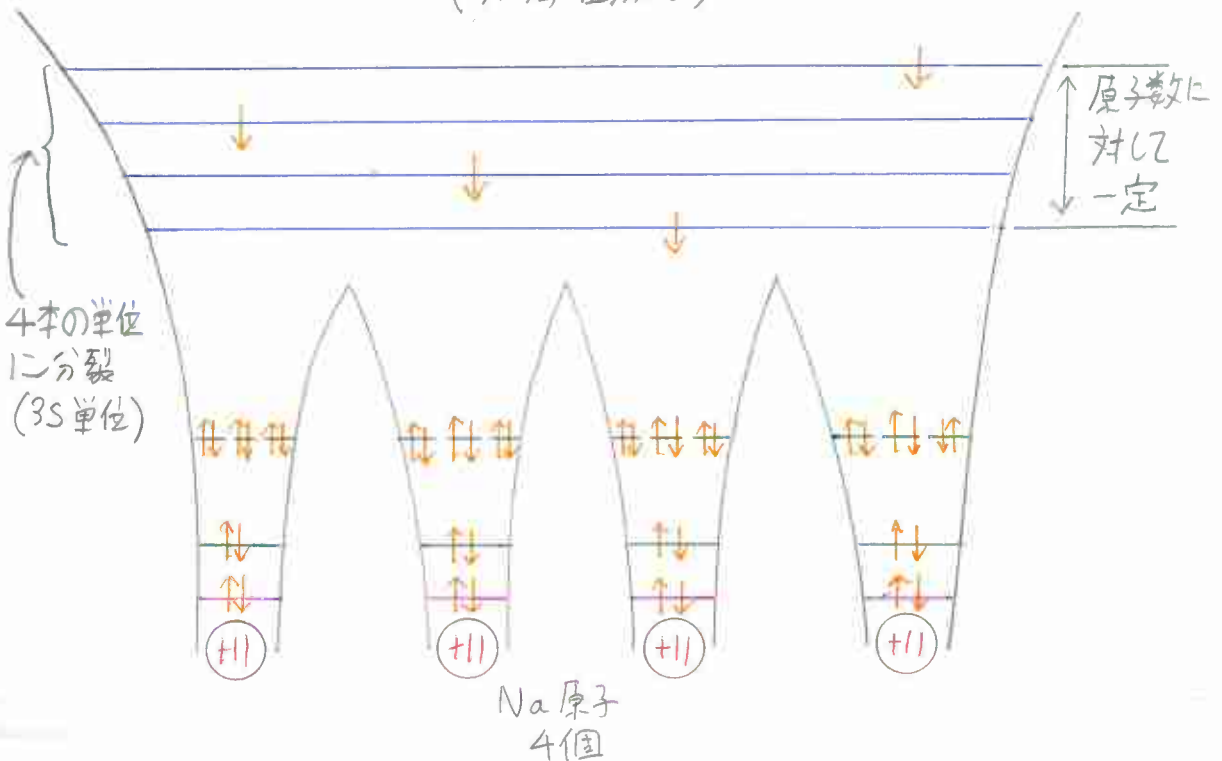
- ナトリウム (Na: 原子番号11)

Na原子の電子配置

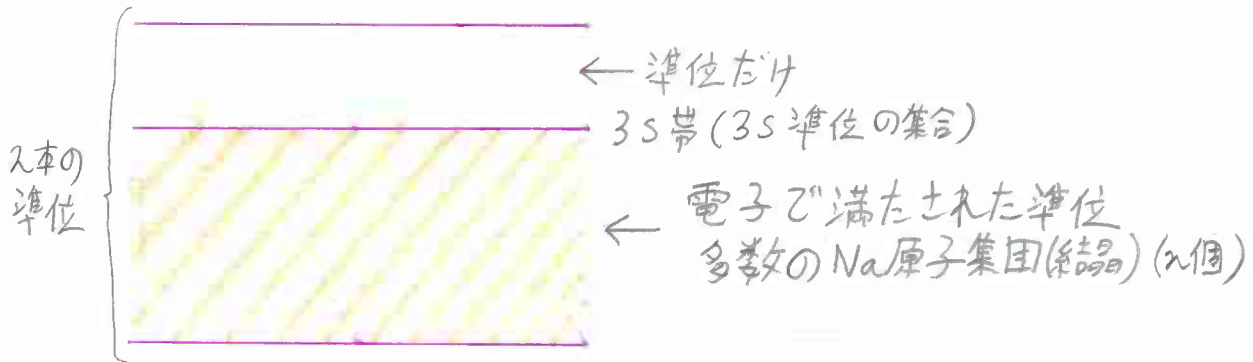


Na原子集合体の電子配置

(非局在原子)



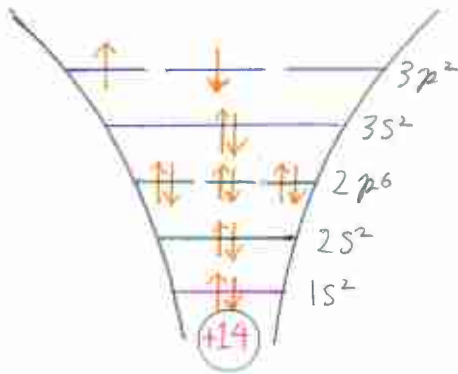
伝導体(半導体)



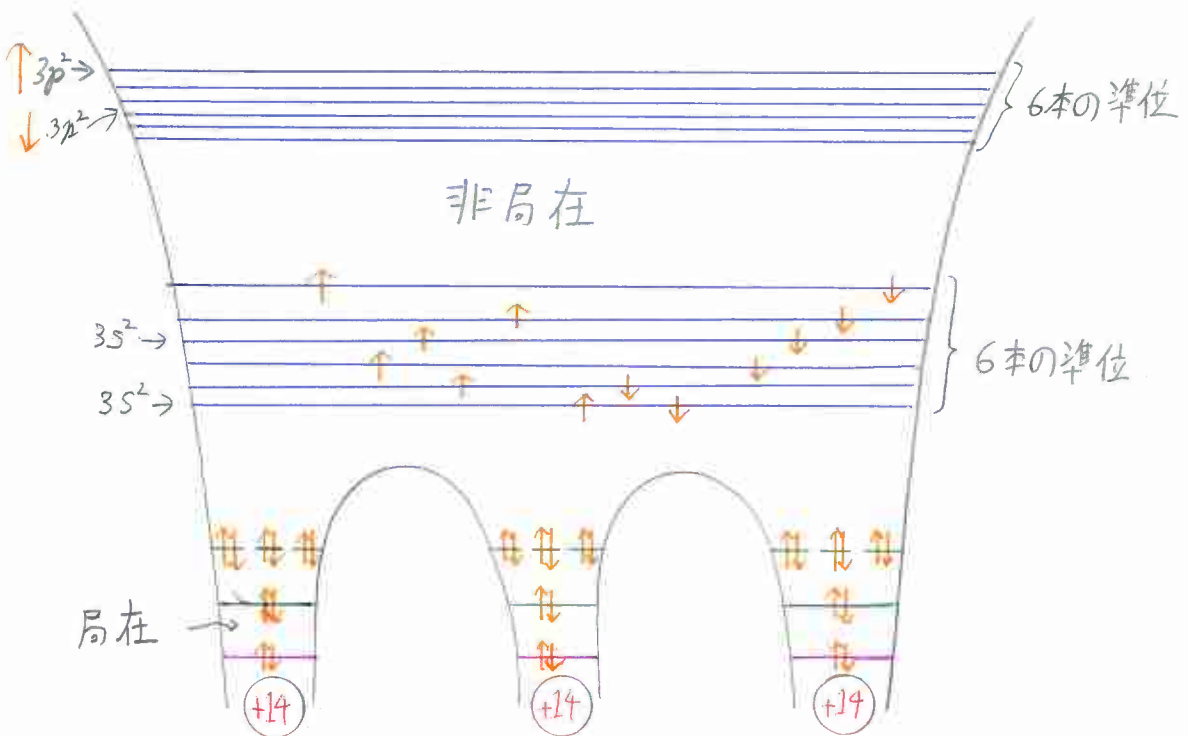
3-2. 半導体結晶及び絶縁体結晶

・シリコン結晶 S_i (原子番号14)

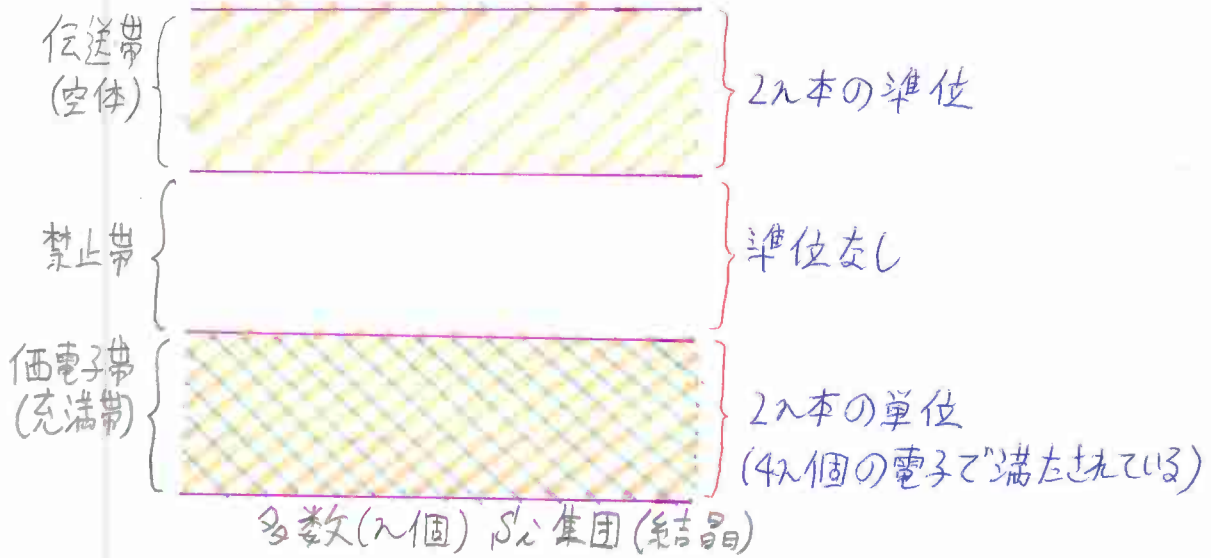
S_i 原子の電子配置



S_i 原子3個の集合体



$T = 0$ [K]におけるエネルギー帯図



禁止帯の幅が太 → 絶縁体

第4章 電子と物性

4-1. 原子及びイオンの磁気能率(微小磁石)

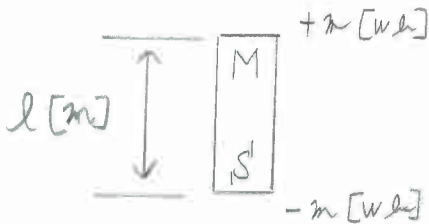
(a) 磁気の発生源

電子の軌道運動 (磁気量子 m で示す)

電子の自転運動 (スピン量子数 s で示す)

※ 磁気(双極子)能率(ボ-ント)

$$\mu_m = m l \quad [Wb \cdot m]$$



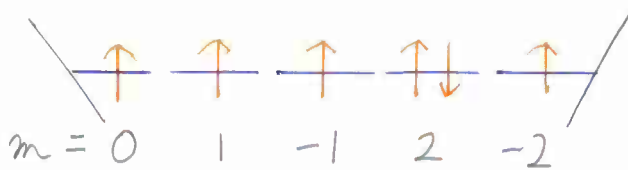
(d) 鉄族原子の磁気能率

- 第一鉄イオン Fe^{2+} (原子番号26)

Fe 原子の電子配置: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^6$

Fe^{2+} イオンの電子配置: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6$
($d: l=2$) 完全殻 不完全殻

3d 準位 $m = 0, 1, -1, 2, -2$ より



フントの法則から

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = 2$$

$$L = 0 + 1 - 1 + (2 + 2) - 2 = 2$$

$$\mu_m = 2\sqrt{S(S+1)}\mu_B$$

から、 $\mu_m(\text{Fe}^{2+}) = 2\sqrt{2(2+1)}\mu_B = 2\sqrt{6}\mu_B [\text{Wh}\cdot\text{m}]$

μ_B : ボーア磁子 ($1.165 \times 10^{-29} [\text{Wh}\cdot\text{m}]$)

電子スピンの磁気能率

(c) 希土類元素の磁気能率

$$\mu_m = g \sqrt{J(J+1)} \mu_B \text{ [Wb}\cdot\text{m]}$$

$$g: \text{ランデ"因子} \quad g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

J : 全角運動量子数

$J = L + S$ (不完全殻が半分以上満たされている場合)

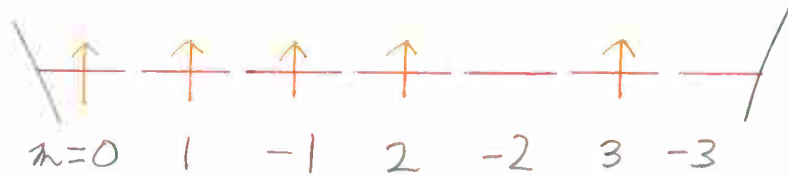
$J = L - S$ (不完全殻を満たす電子数が半分以上の場合)

• サマリウムイオン (S_m^{3+}) 原子番号 62

S_m 電子配置: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s^2 5d^1 4f^5$

S_m^{3+} 電子配置: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s^2 4f^5$
 (s: l=3) 完全殻 不完全殻

4f 準位 $m = 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3$ より



フントの法則から

$$S' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$L = 3 + 2 + 1 + 0 - 1 = 5$$

$$J = L - S' = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

(不完全殻の電子数が半分以下 $7 > 5$)

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S'(S'+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} - \frac{85}{70} = \frac{2}{7}$$

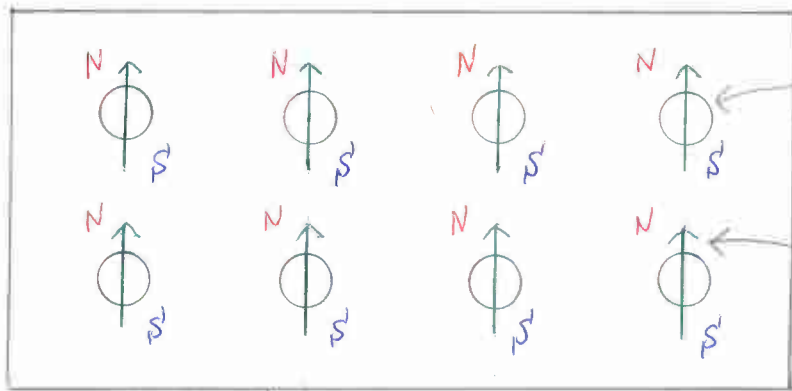
$$\therefore \mu_m(S_m^{3+}) = g \sqrt{J(J+1)} \mu_B$$

$$= \frac{2}{7} \sqrt{\frac{5}{2} \left(\frac{5}{2} + 1 \right)} \mu_B = \frac{\sqrt{35}}{7} \mu_B [\text{W.u.}]$$

4-2. 強石磁気 (石磁性)

(例) 鉄(Fe), コバルト(Co), ニッケル(Ni) (金属強石磁性)

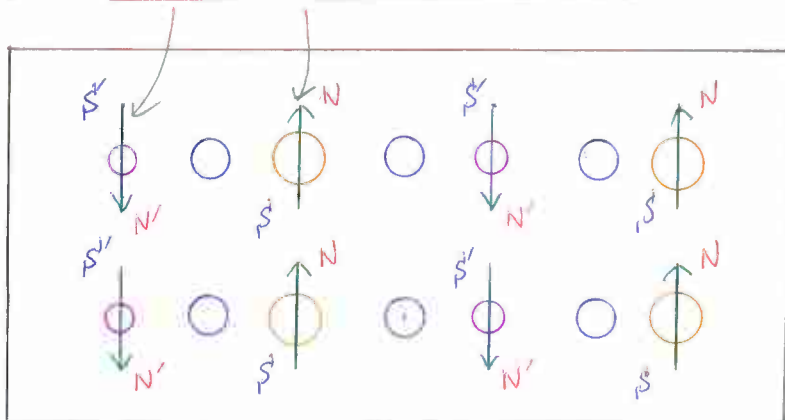
フェライト(NiFe_2O_4 , Fe_3O_4) (酸化物 フェリ石磁性) Fe^{2+} が1, Fe^{3+} が2



原子(イオン)
石磁気E-メント
磁区(平行)

強石磁性発生機構

(反平行) 酸素素の介在のため



○ : Fe
○ : O
○ : Ni

フェリ石磁性発生機構 (NiFe_2O_4)
ニッケルフェライト

強磁気の消滅(消磁)

加熱 キュリー温度

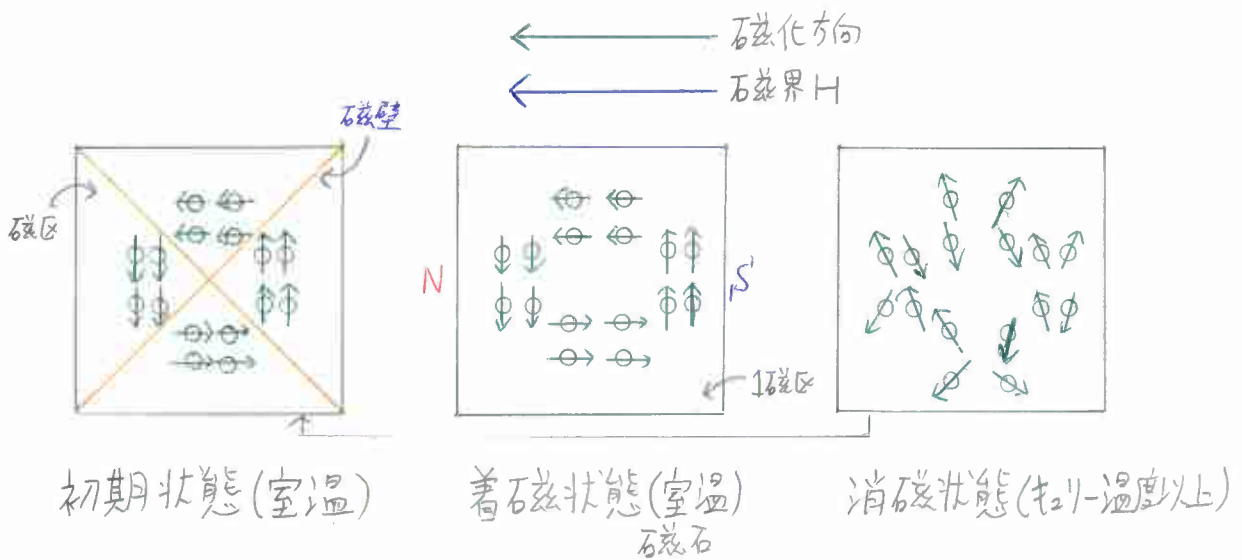
Fe 770[°C]

Co 1120[°C]

Ni 358[°C]

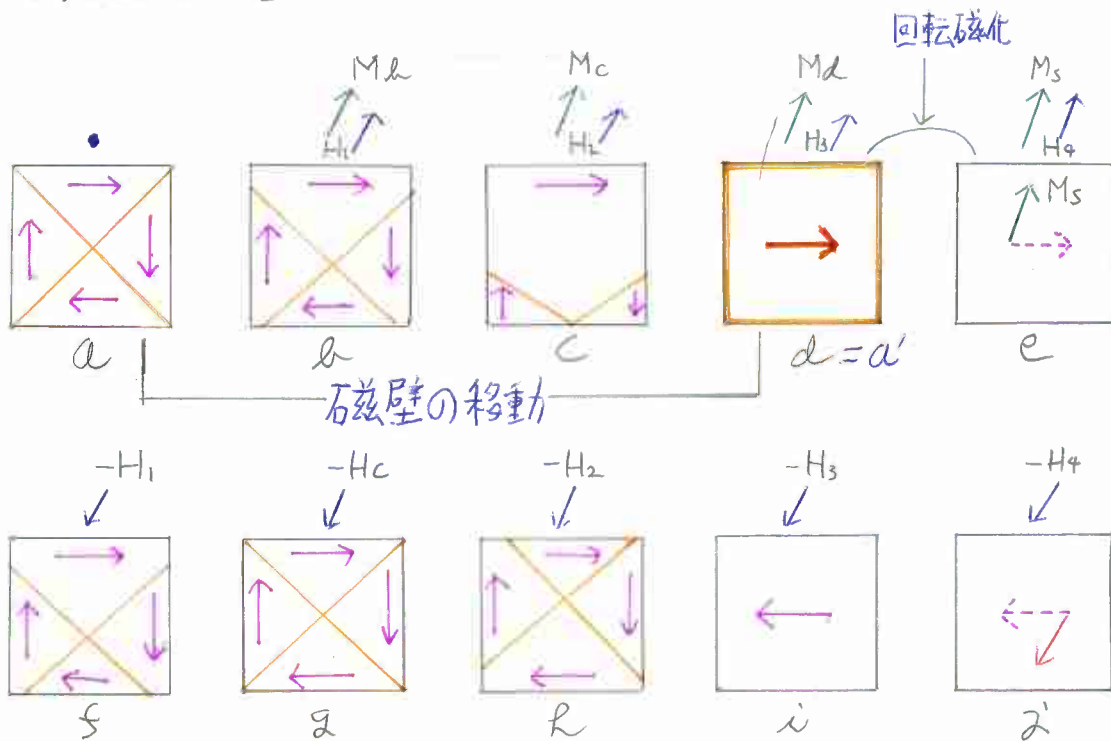
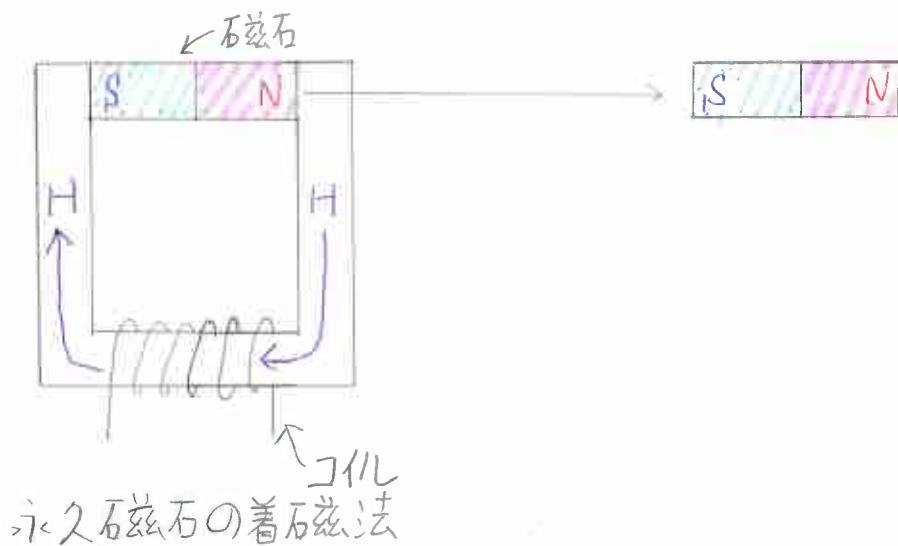
Fe₃O₄ 585[°C]

NiFe₂O₄ 585[°C]

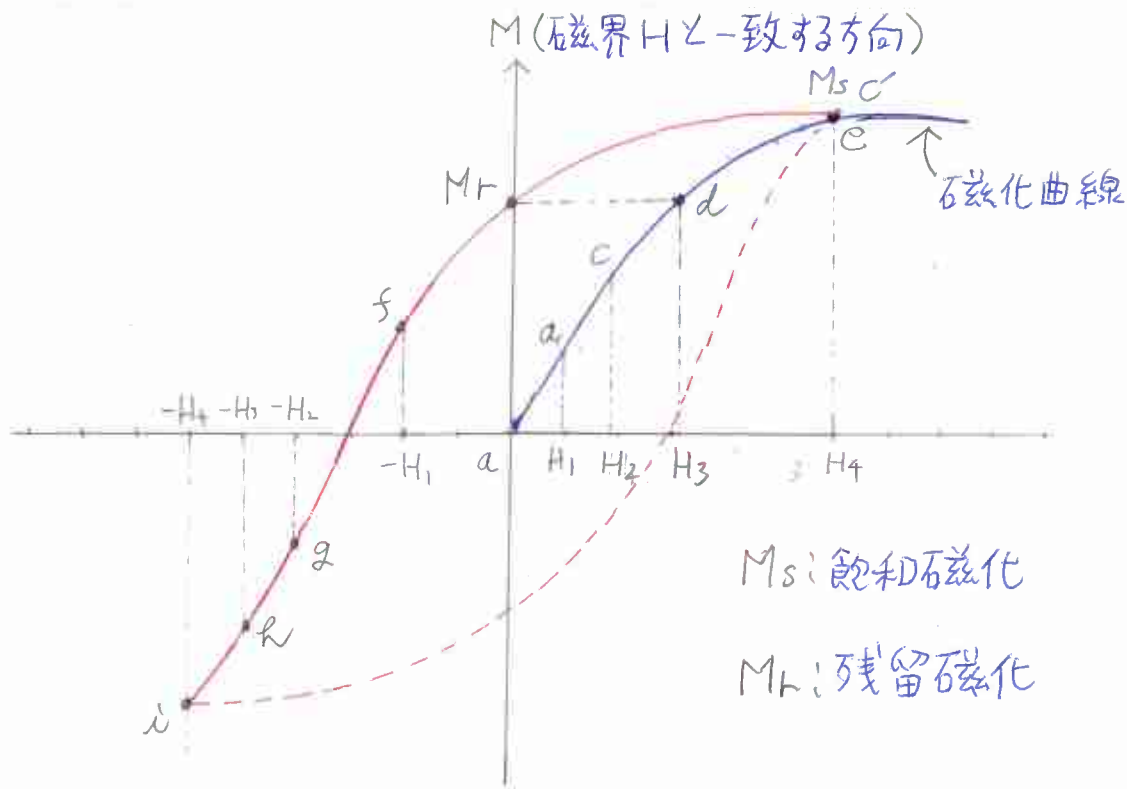


4-3. 残留磁化

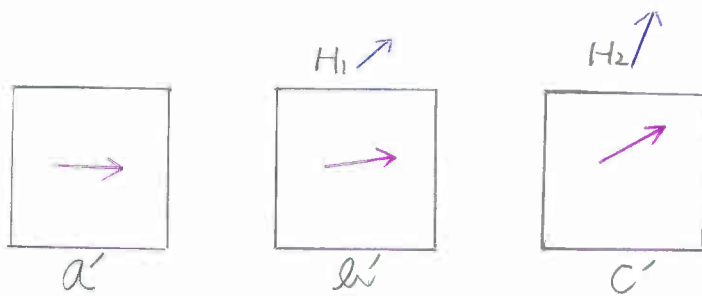
一度着磁すると、外部磁界を取り除いても磁化は消えない



単結晶磁化過程の一例



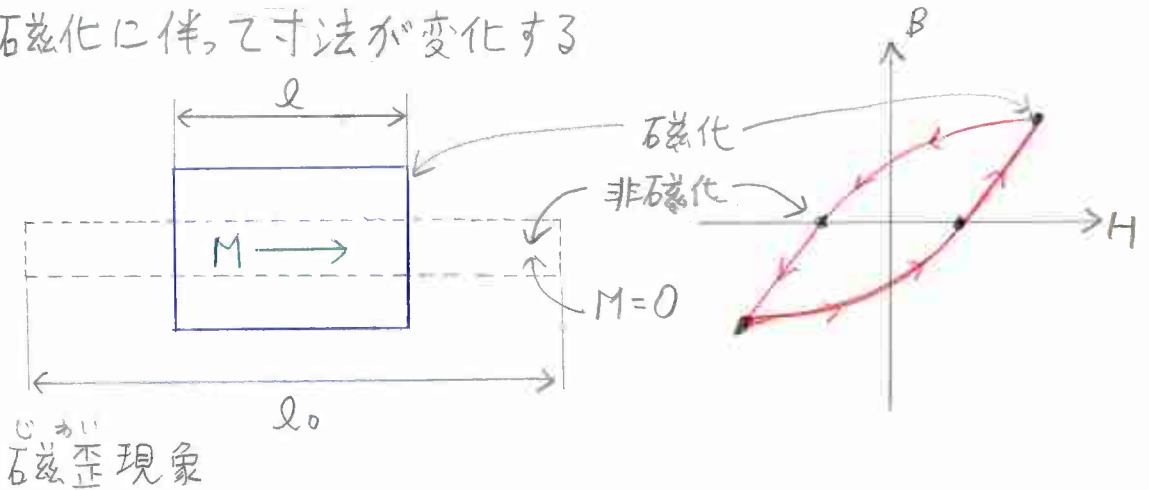
磁化曲線とヒステリシスループ



回転が元に戻る(磁界 H の減少に伴って)

4-4. 磁気ひずみ

- 磁化に伴って寸法が変化する



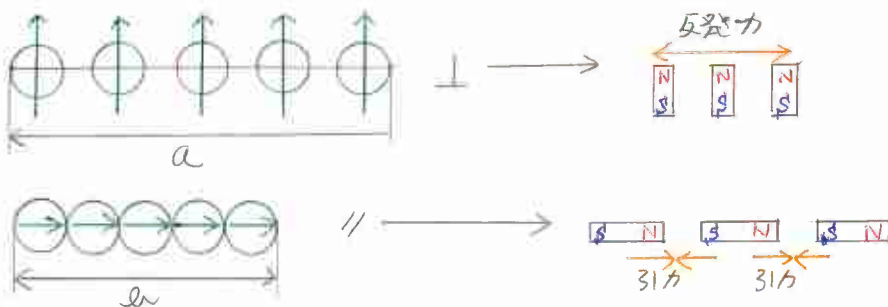
- 磁歪率

$$\xi = \frac{l - l_0}{l} = \frac{\delta l}{l_0}$$

l_0 : 磁化していないときの長さ, l : 磁化したときの長さ

$$\frac{\delta l}{l_0} \approx 10^{-6} : \text{糸宿む方向}$$

- 磁気ひずみの発生原因



原子磁気モーメントの方向と原子配列の差異にもとづく