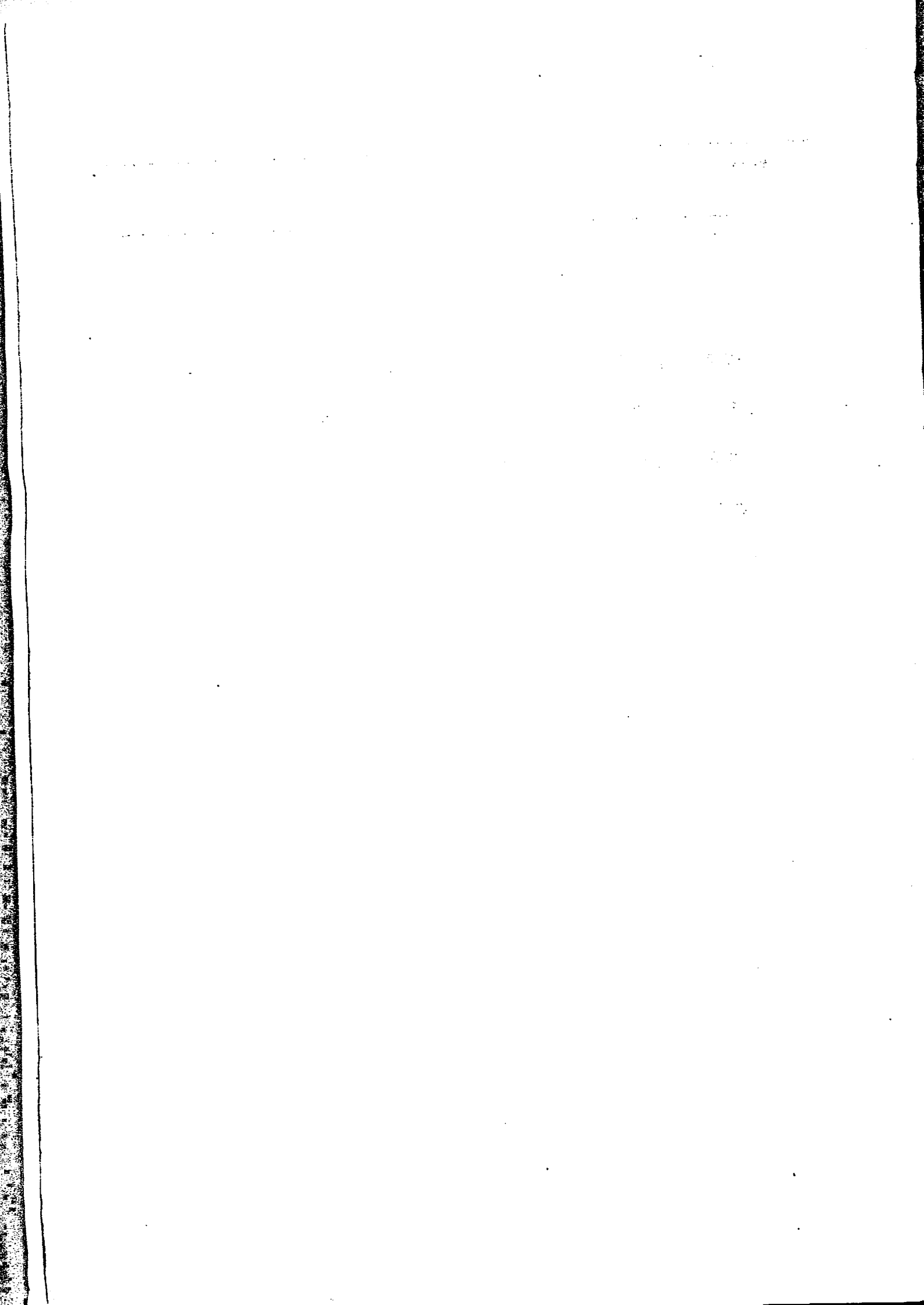
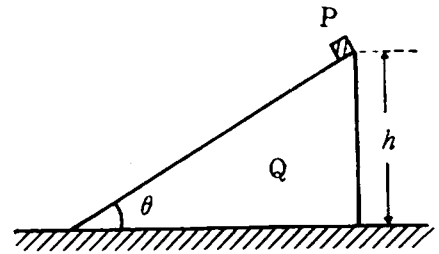


物理の実戦力を身につけるには、良い入試問題を解いてみることである。そこで、多くの入試問題の中から最近の頻出問題や将来頻出問題となる可能性のある新傾向問題を選んでみた。

問題の中心は平成2年度のものである。



【1】 図のように、水平な床の上を自由に動くことのできる傾斜角 θ 、質量 M [kg] の三角台 Q が置かれている。いま、質量 m [kg] の物体 P を高さ h [m] の三角台上の点から静かに離すと、物体 P は斜面上を滑り落ちるとともに、三角台は図の右方向へ大きさ a [m/s²] の等加速度運動を始めた。



以後、三角台は等加速度運動をつづけるとし、すべての物体の間の摩擦は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。ただし、物体 P は運動しているあいだ、三角台から離れないものとし、重力加速度は g [m/s²] とせよ。

問1 三角台とともに動く観測者から見ると、物体 P には重力、三角台からの抗力、および観測者が加速度運動していることによる慣性力の3つがはたらいている。解答図(省略)の中に、それら3つの力の向きを矢印で示し、対応する力の名称も書き込め。

また、物体 P が三角台におよぼす力の大きさ、およびその水平成分を、 θ 、 m 、 a 、 g を用いて表すと、それぞれ および となる。

問2 床の上に静止している観測者から見ると、水平方向に動く三角台の運動方程式は、 となり、これより a を、 θ 、 M 、 m 、 g を用いて表すと、 $a =$ となる。

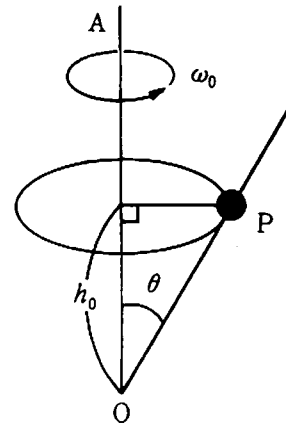
また、物体 P が三角台から受ける抗力の大きさ R を、 θ 、 M 、 m 、 g を用いて表すと、 $R =$ となる。

問3 $\theta = 45^\circ$ のとき、物体 P が滑り始めて床に達するまでの時間、およびそのあいだに三角台が床の上を移動した距離を、 M 、 m 、 h 、 g を用いて表せ。

(高知大 H.1)

【2】 次の文中の□をうめ、問いに答えよ。

図のように質量 m [kg] の小球 P が、固くて細い滑らかな棒に沿って自由に動けるようになっている。棒の太さと質量は無視する。この棒は鉛直より角度 θ だけ傾いた状態で支点 O に固定されている。ただし、 θ の範囲は $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。また重力加速度を g とする。



- (1) いま鉛直軸 OA の回りに棒を角度 θ に保ったまま角速度 ω_0 [rad/s] で回転させたところ、小球は支点 O から高さ h_0 [m] の水平面内で円運動の軌跡を描いた。

このときの角速度 ω_0 と高さ h_0 の関係を求める。まずこの小球 P に働く力は棒と共に回転している観察者からみると、重力と□ア力と棒が P に及ぼす垂直抗力の3つの力である。

問：これらの力の釣り合いの関係を解答欄（省略）□イに矢印で図示し、それぞれの力の名前を明記せよ。

そして棒に沿った方向の力の釣り合いは、次の式で表される。

$$\square \text{ウ} \dots\dots \text{①}$$

①式より、高さ h_0 で釣り合うための ω_0 は

$$\omega_0 = \square \text{エ} \dots\dots \text{②}$$

で表されることになる。

- (2) 次に摩擦のある棒に取りかえたときを考える。棒が回転していない場合（角速度 ω が 0）、小球と棒の間の静止摩擦係数を μ とすると、小球が滑らずにいられる角度 θ の条件は

$$\square \text{オ} \dots\dots \text{③}$$

である。

いまこの摩擦のある棒を角度 θ に固定して、(1)と同様にある角速度 ω で回転させた。このとき小球に働く棒に沿った方向の力は、P を動かそうとする重力および□ア力のこの方向成分の合力 F と、P の動きを妨げる摩擦力 F' である。これらの力は θ と ω に依存している。たとえば F は、重力による成分のほうが□ア力による成分より大きくなると、P を下向きに動かそうとする力となり、逆の場

合にはPを上向きに引っばろうとする力となる。この力 F と摩擦力 F' の大小関係で、Pは動いたり動かなかったりする。

ここで角度 θ を 45° で固定した場合を考える。このとき棒が回転してない場合には、Pは滑り落ちてしまった。そこでこの棒をある角速度 ω で回転させたとき、ある高さ h でPが落ちていかなかった。このように回転させたときPが落ちないでいられる ω の範囲を求める。

Pに下向きの力 F が働いているとき、Pが高さ h で回転しその位置から落ちていかないためには、 F と F' に次のような力の関係が必要である。 m , h , g , μ , ω を用いて表すと

$$\boxed{\text{カ}} \leq \boxed{\text{キ}} \quad \dots\dots ④$$

である。この関係式より、角速度 ω の大きさは

$$\boxed{\text{ク}} \leq \omega \quad \dots\dots ⑤$$

のとき、滑り落ちない。

そして同様に、Pに上向きの力 F が働いているとき、上がっていかない条件も考慮すると、Pが高さ h を保っていられる ω の範囲は、次のように与えられる。

$$\boxed{\text{ク}} \leq \omega \leq \boxed{\text{ケ}} \quad \dots\dots ⑥$$

問：質量 0.4 kg の小球Pが、鉛直と 45° 傾いた棒（小球との静止摩擦係数が 0.6 ）に取り付けられている。この棒を回転させたとき、小球が高さ 0.2 m の所に動かないでいられる場合の ω [rad/s]の範囲を求めよ。

但し、 $g=9.8\text{ m/s}^2$ とする。

$$\boxed{\text{コ}} \leq \omega \leq \boxed{\text{サ}}$$

（大分大 H.2 前）

【3】 右の図1のように、一端を天井に固定した自然長 l_0 のばねがある。このばねに質量 m のおもりをつけたところ、図2のように、ばねの長さは l_1 になり静止した。さらにおもりを手で引き下げて放したところ、おもりは振動を始めた。

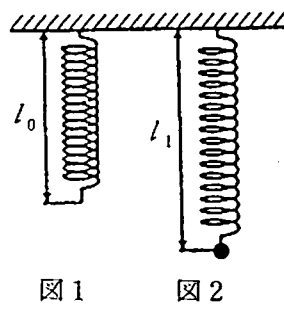


図1

図2

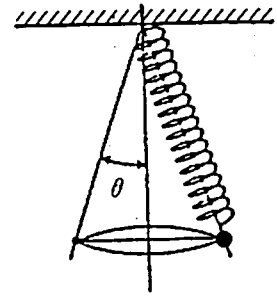


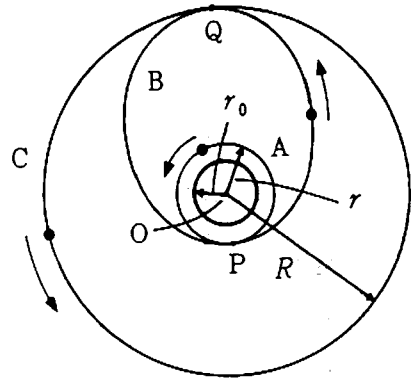
図3

- (1) この振動におけるおもりの加速度 a を、おもりの静止点からの変位 x の関数として表せ。ただし、 a 、 x は上向きを正とし、重力加速度の大きさを g とする。
- (2) この振動の周期を、 l_0 、 l_1 および g を用いて表せ。
次に、図3のようにおもりを水平面内で等速円運動させた。このとき、ばねの傾きは鉛直方向に対して θ の角度であった。
- (3) このときのばねの長さを求めよ。
- (4) また、このときの角速度を求めよ。

(横浜市大 H.2)

【4】 次の問いに答えよ。解答するにあたっては、結果だけではなく、考えの筋道がはっきり第三者にもわかるように書かれていなくてはならない。

赤道上に静止した人工衛星から、われわれは毎日気象に関する情報を得ている。このように地表からかなり遠い所をまわる人工衛星を打ち上げるには、一度に行うのではなく、まず地表に近い軌道に乗せ、その後もう一度ロケットを噴射し、目的とする軌道に乗せる。



図の円軌道Aにまず人工衛星を乗せたとしよう。この軌道の半径は r で、衛星の速度は V_0 とする。

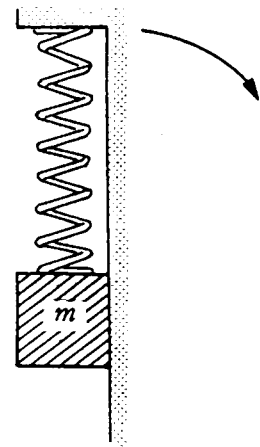
衛星がP点に来たとき、ロケットを噴射し衛星の速度は V になった。衛星はその結果楕円軌道Bに乗り、地球から最も遠い点(遠地点)Qに到達したとき、速度は W になった。

遠地点Qで衛星は再びロケットを噴射し、速度を W_0 にし、円形の軌道Cに乗った。軌道Cの半径を R とする。

- (1) V_0 と W_0 の関係をもとに r と R を使って表せ。
- (2) V/V_0 , W/W_0 をもとに r と R を使って表せ。そのさい $RW = rV$ の関係を使ってよい。これは「ケプラーの第2法則」、あるいは「面積速度一定の法則」と呼ばれる。
- (3) 軌道Cが静止衛星の軌道であるとき、半径 R を地球の自転周期 T 、地球の半径 r_0 及び地表における重力加速度 g を使って表せ。

(青山学大 H.1)

【 5 】 図に示すように，鉛直に立てたなめらかな平板の端に自然長 l_0 [m]，ばね定数 k [N/m] で質量が無視できるばねをとりつけ，その下に質量 m [kg] の立方体をつり下げた。ここで立方体の1つの面と平板はちょうど平行に接触するようになっている。重力の加速度を g [m/s²] として次の問いに答えよ。



- (1) この平板を右の方向にゆっくりと倒して行くと，平板が水平面となす角度が30度のとき立方体が動きだした。立方体と平板との間の静止摩擦係数を求めよ。
- (2) 立方体動きだすと同時に平板の運動を止め，角度を30度に固定したとする。この後の立方体の運動を，平板と立方体との間の動摩擦係数（運動摩擦係数）を0として考えたとき，ばねの長さが最小になるときのばねの長さの値を求めよ。
- (3) 立方体動きだしてからばねの長さがこの最小値になるまでの時間を求めよ。

（慶大（医） H.2）

1911

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

【6】 図のように、傾角 30° の斜面の下端に軽いばね S の一端を固定し、 S の他端に質量 m の小物体 A を接続して、斜面上を最大傾斜の方向に運動させる。斜面上の水平線 H を境界として、斜面は H より上では滑らかで、 H より下では粗く摩擦力が働くものとする。重力加速度の大きさを g 、円周率を π とし、次の問いに答えよ。

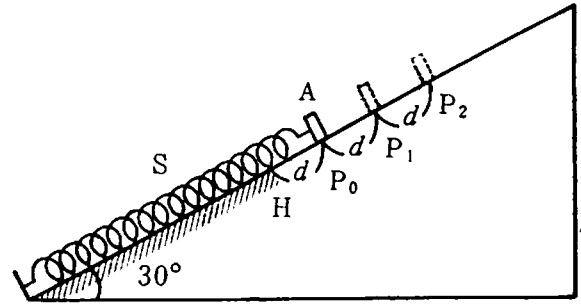


図1

1. 小物体 A を斜面上に置くと、図1のように A はばね S が自然の長さから d だけ縮んだ位置（点 P_0 の位置）に静止した。またその位置は境界線 H から斜面方向に距離 d だけ上方の位置であった。

さらに、小物体 A をばね S が自然の長さになる位置（点 P_1 の位置）で静かに放したら、その後、 A は単振動の運動を続けた。

- (1) ばね S のばね定数はいくらか。
- (2) 単振動の周期はいくらか。
- (3) 小物体 A がつり合いの位置 P_0 （単振動の中心）を通過するとき、 A の速さはいくらか。
2. 小物体 A をばね S が自然の長さになる位置 P_1 から斜面方向に距離 d だけ上方の位置（図1の点 P_2 の位置）で静かに放した。

- (4) 小物体 A を放してから、 A が境界線 H に達するまでの時間はいくらか。
- (5) 小物体 A が境界線 H に達したときの速さはいくらか。

- (6) 図2のように、つり合いの位置 P_0 を原点 O とし、斜面方向、下向きに座標軸をとり、小物体 A の位置を座標 x で表す。小物体 A が境界線 H を越えて進むとき、斜面との動摩擦係数を μ とし、位置 x における A の加速度を求めよ。

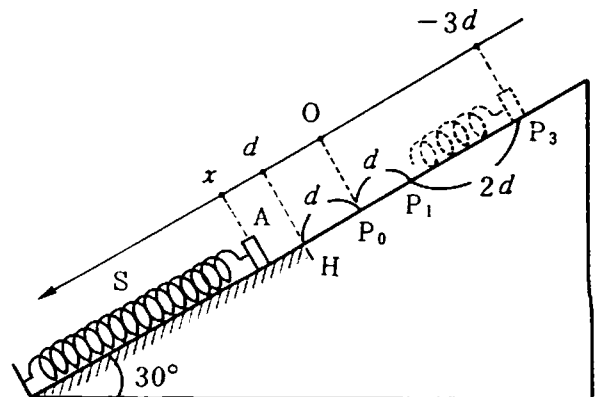


図2

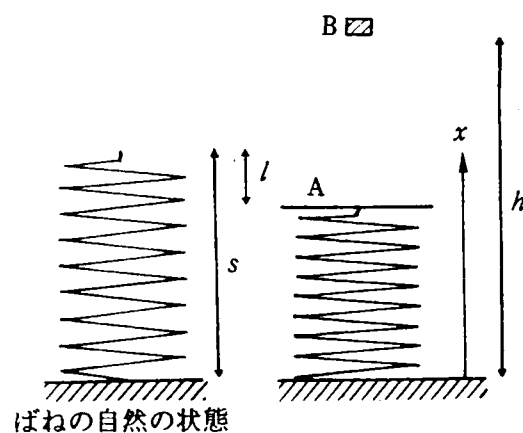
3. 小物体 A をばね S が自然の長さになる位置 P_1 から斜面方向に距離 $2d$ だけ上方の位置 (図 2 の点 P_3 の位置) で静かに放した。

(7) 小物体 A が最下点で静止したとき、ばね S の自然の長さからの縮みは距離

d の何倍か。ただし、動摩擦係数 μ は $\mu = \frac{7}{10\sqrt{3}}$ とせよ。

(8) 最下点に達して静止した後、小物体 A が動きだすためには斜面との静止摩擦係数 μ_0 はどのような範囲の値でなければならないか (答えの中の無理数は根号を用いて表せ)。
(玉川大(工) H.2)

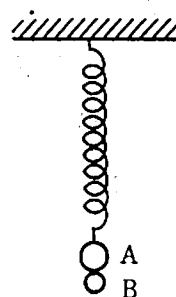
【7】 図のように、ある質量の小板 A がばねの上端に水平に取り付けられている。床からの高さ h のところから、同一質量のおもり B を静かに落して小板 A に衝突させる。衝突時間は非常に短く、衝突は完全非弾性的とすると、衝突後ばねの伸縮にともなって、小板 A とおもり B が離れずに一体となって、鉛直に単振動をする。しかし、おもり B の高さ h がある高さをこえると、おもり B は衝突後の一周以内で小板 A から離れてしまう。



いま衝突前の、ばねの自然長 s (ばねに小板もおもりも乗っていないときの長さ) からの縮みを l とし、重力加速度を g とする。以下の問いに h, s, l, g の記号のみを用いて答えよ。ただし、小板 A の厚さ、おもり B の大きさ、空気の抵抗およびばねの質量は無視できるものとする。さらに、おもり B と小板 A が接触している面には、垂直抗力のみが作用するものとする。また、座標軸はばねの下端を原点として、鉛直上向きに x 軸をとるものとする。

- (1) 衝突直前のおもり B の速さ v_B を求めよ。
- (2) 衝突直後のおもり B の速さ v_B' を求めよ。
- (3) おもり B が小板 A と一体となって単振動をする場合について、
 - ① 振動の中心座標 x_0 を求めよ。
 - ② 周期 T を求めよ。
 - ③ 振幅 a を求めよ。
- (4) おもり B が小板 A から離れて運動する場合について、
 - ① 離れるときの床からの高さ d を求めよ。
 - ② 離れるための高さ h の条件を式で表せ。
 - ③ 離れる瞬間のおもり B の速さ v^* を求めよ。
 - ④ 離れた瞬間からおもり B が最高点に達するまでの時間 t を求めよ。
 - ⑤ 床から最高点までの高さ H を求めよ。 (茨城大 H.2)

【 8 】 上端を固定した軽いつる巻きばねがある。その下端に、図のように、質量 $2m$ の物体 A と質量 m の物体 B を接合したものを、つるした。そのとき、ばねは自然長から a だけ伸びてつり合った。重力加速度の大きさを g として、つぎの各文中の (a)~(h) の の中に適当な式、または数値を記入せよ。



1. (i) このつる巻きばねの、ばね定数は (a) であり、このばねを上下に微小振動させたときの周期は (b) である。
- (ii) つり合いの状態にあるとき、物体 B を静かに切り離すと、物体 A は、もとのつり合いの位置から (c) だけ上の位置を中心にして、(b) の周期の (d) 倍で振動する。また振動の中心を通過するときの速さは、エネルギー保存の法則を用いて計算すると (e) である。なお、(e) を求める計算過程を書け。
2. つぎに物体 A だけをつるしたばねを、エレベーターに乗せた場合を考えよう。
 - (i) エレベーターが、上向き的大小さ α の加速度で運動しているとき、物体 A には (f) の慣性力が下向きに働く。
 - (ii) このとき、ばねが自然長から a だけ伸びてつり合うためには、 α は (g) である。また、このばねを上下に微小振動させたときの周期は、(b) の (h) 倍である。

(高知大 S.63)

【 9 】 質量がともに m の 2 つの球 B と C が、なめらかな平面上に置かれている。この 2 つの球を結ぶ直線上を、質量 M の球 A が速さ V で球 B に近づき、これと衝突した。球 B は球 C に向かって動き、球 C と衝突してからまた球 A と衝突した。各球の運動について次の各問に答えよ。ただし、3 つの球の大きさは等しく、各球の間のはねかえり係数はすべて e で、 $0 < e < 1$ である。また、各球は、平面上をすべり、回転しないものとする。

- (1) 最初球 A が球 B と衝突したのち、球 A が衝突前と同じ向きに動くための条件を示せ。
- (2) (1) の衝突後における球 B の速さを求めよ。
- (3) 球 C と衝突したのちの球 B の速さを求めよ。
- (4) 球 B が球 C と衝突したとき失われるエネルギーを求めよ。
- (5) 球 B が球 C と衝突したのち、再び球 A と衝突するためには、 M 、 m および e の間にどのような関係があればよいか。 (弘前大 S.63)

... (faint text) ...

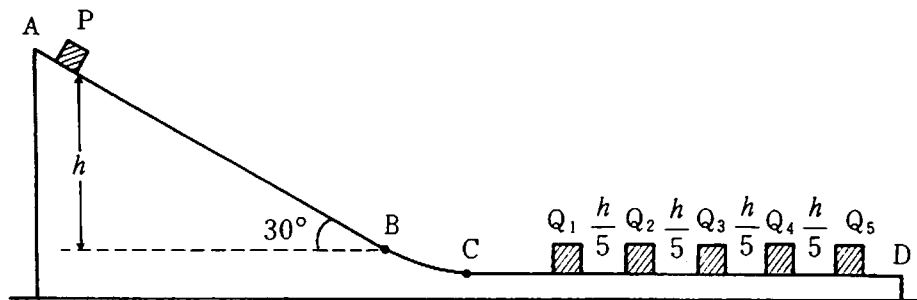


... (faint text) ...

... (faint text) ...

... (faint text) ...

【10】 図のように斜面と水平な面をゆるやかな曲面で接続した面の粗い台がある。斜面ABの水平面に対する角度は30度である。最初台は床に固定されている。重力加速度を g [m/s²] として、つぎの間に答えよ。解答は結果だけでなく考え方や計算も記せ。

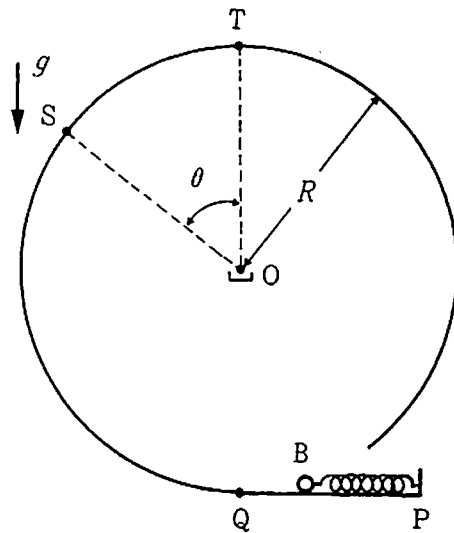


- (1) 図のように点Bを通る水平面からの高さが h [m] の斜面上の点に質量 m [kg] の小さな物体Pを置き、静かに離したら、Pが点Bを通過するときの速度は \sqrt{gh} [m/s] であった。
- (i) Pと斜面ABのすべり動摩擦係数 μ' を求めよ。
- (ii) Pがすべりはじめて点Bに達するまでに、摩擦によって失われた力学的エネルギーを求めよ。
- (2) 水平面CDには、質量 $2m$ [kg] の物体 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 が一直線上に等間隔で置いてある。斜面よりすべり降りた小さな物体Pはこの直線にそって速度 $\frac{4}{5}\sqrt{gh}$ [m/s] で Q_1 に正面から完全弾性衝突をする。
- (i) 衝突直後の Q_1 の速度を求めよ。
- (ii) Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 のうち、動くのはどの物体までか。ただし物体どうしは完全弾性衝突をするものとし、物体と物体のすきまの間隔は図のように $\frac{h}{5}$ [m] であり、物体と水平面CDの間のすべり動摩擦係数は $\frac{1}{4}$ である。
- (3) 台の斜面上に小さな物体Pだけを置き、台を右水平方向に一定の加速度で動かしたところ、Pは斜面に対して静止した。
- つぎに加速度を増して加速度が α [m/s²] になったとき、静止していたPが斜面に沿って上方に動き出した。Pと斜面の間の静止摩擦係数は $\frac{1}{\sqrt{3}}$ である。

- (i) 台の加速度が α [m/s^2] のとき, 斜面に垂直でPに作用する全抗力を求めよ。
- (ii) 台の加速度 α を求めよ。

(山梨大 H.1)

【11】 図のようなくぎのないパチンコ台（半径 R の円形の壁，中心 O にある小さな受け皿，打ち出し装置からなる）でパチンコ玉 B （質量 m の小さい球）を打ち出し，受け皿にいれようとしている。水平で滑らかな打ち出し装置 QP と半径 R の円周は中心 O の真下の点 Q で滑らかにつながっている。打ち出し装置のばね（自然長 l ，ばね定数 k ， P で固定，質量が無視できる）に玉 B を接触させた状態でばねを縮めて急に手を離れた。



図において T は O の真上の点であり， $QP > l$ である。重力加速度は g で，摩擦は無視できるものとして次の問いに答えよ。

問1 パチンコ玉 B の速さが点 Q で u になるにはばねをどれだけ縮めればよいか。

問2 パチンコ玉 B が円壁の内側に沿って点 O の高さ以上に登るためには点 Q における B の速さ u はいくら以上であればよいか。

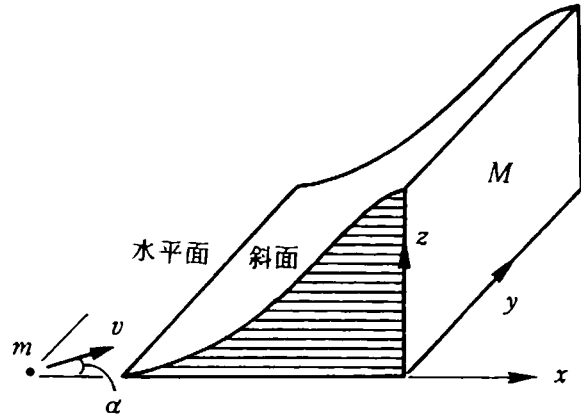
問3 パチンコ玉 B が S 点で円壁から内側へ離れる。 $\angle SOT = \theta$ としてこの点における速さ v ，水平方向の速さ v_x ，鉛直方向の速さ v_y を求めよ。

問4 このパチンコ玉 B の S 点を離れてからの運動を水平方向と鉛直方向にわけて考える。玉 B はそれぞれの方向にどのような運動をするか，語句で答えよ。また S を離れてから t 秒後の S 点からの水平方向の距離 x ，高さ y を S 点の速さ v_x, v_y 等を用いて表せ。

問5 このパチンコ玉 B が中心 O にある受け皿に入った。 $\cos \theta$ を求めよ。なお計算の途中も簡単に書け。

(北大 H.2 後)

【12】 図のように，滑らかな斜面をもつ台（質量 M ）が水平面上に置かれており，その xz 断面は一様である。この台は x 軸方向にのみすすることができるようになっている。水平面を，速さ v で， x 軸となす角 α [rad] ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) の方向に運動



して来た粒子（質量 m ）が，斜面を途中までのぼり，再び水平面にもどる運動について，次の設問に答えよ。

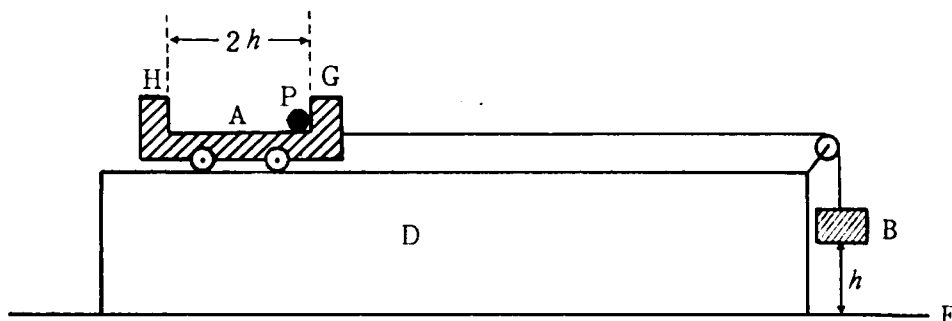
ただし，粒子は運動中水平面または斜面から離れることはないものとし，また，台および粒子に対する摩擦はすべて無視してよい。重力加速度を g とする。

- (1) 粒子が最高点に達したときの水平面からの高さを h とし，台の速さを V とする。 x 方向についての運動量の保存則を m, M, v, V, α で表せ。また， y 方向については粒子の運動量が保存される。その理由を述べよ。
- (2) 前問の結果とエネルギー保存則を用いて最高点の高さ h を求め，それを g, m, M, v, α によって表せ。
- (3) 粒子が水平面にもどった後の粒子と台の速さを求めよ。
- (4) 粒子が水平面にもどった後の粒子の速度の方向が x 軸となす角を β とする。 $\sin \beta$ を m, M, α の関数として表せ。
- (5) 特に $m=M$ の場合，水平面にもどった後の粒子の運動の特徴を述べよ。

（東大 S.63）

【13】 図のように地面E上になめらかな水平面をもつ台Dが固定されている。台車Aには水平な床があって、床の両端は内壁G、Hと接続している。台車Aを台D上に置き小球Pを台車Aの床の右端に静かに乗せた。

この台車Aに糸をつけ水平に引き、台Dの端に固定された滑車を通しておもりBをつり下げ、静かに手を放したらおもりBは地面Eに到着後静止した。台車AとおもりBの質量はどちらも M で、小球Pの質量は m である。おもりBははじめ水平面Eから高さ h の位置にあった。台車Aの床面の長さは $2h$ である。糸は伸び縮みせず質量は無視できるものとし、滑車との間には摩擦はないものとする。また小球Pと台車Aの内壁Hとの衝突は完全非弾性衝突とする。重力加速度の大きさを g とする。また、水平方向の右向きを正、垂直方向の下向きを正と定める。水平面台Dは台車Aにくらべて十分広いものとする。



- 次の問いのうち、(1)から(4)までは台車Aの床面をなめらかなものとして答えよ。(5)では台車Aの床面と小球Pとの間に動摩擦があるとして答えよ。
- (1) おもりBが落下中における、加速度を α 、糸の張力を T として台車AとおもりBの運動方程式を書け。
 - (2) 小球Pが台車Aの内壁Hに達するまでの時間を求めよ。
 - (3) 小球Pが台車Aの内壁Hと衝突した直後の台車Aの速さを求めよ。
 - (4) 小球Pと内壁Hとの衝突によって失われた力学的エネルギーを求めよ。
 - (5) 小球Pと台車Aの床面との間に動摩擦があるとする。おもりBが地面Eに到着する瞬間に、小球Pが台車Aの床面を通過する位置は、内壁Gからどれだけ離れているか。ただし、動摩擦係数を0.4とし、 $M=10m$ とする。

(玉川大(工) H.1)

【14】 気球部とゴンドラからなる熱気球がある。この気球部の体積は $V[\text{m}^3]$ であり、その底部には小さい穴があって外気（外部の空気）とつながっている。このため、気球内部の空気の圧力はつねに外気の気圧と等しい。

はじめ、この熱気球は地上にあり、気球部内の空気の密度、温度および圧力は、それぞれ、地上での外気の密度 $\rho_0[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、気温 $T_0[\text{K}]$ および気圧 $p_0[\text{Pa}] (= [\text{N}/\text{m}^2])$ と同じである。ゴンドラに物体を乗せ、気球部内の空気を加熱して、熱気球を地上より上昇させる。このとき、気球部の体積 V は変化せず、気球部以外の部分の体積は無視できるものとする。空気は理想気体とし、その定積比熱（体積を一定に保って 1kg の気体の温度を 1K だけ上げるのに要するエネルギー） $C_v[\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$ は圧力、温度によらず一定とする。また、空気の組成および気温は高度によらず一定とする。

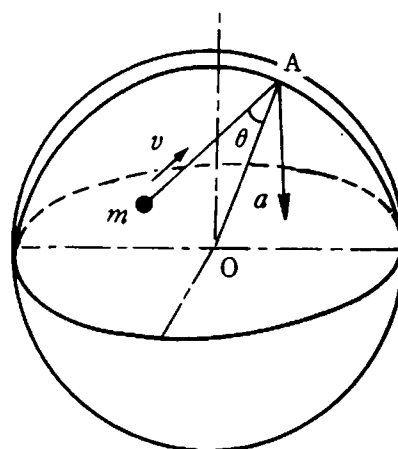
気球部内の空気を加熱して、その温度を $T_1[\text{K}]$ としたとき、熱気球は地上より上昇し始めた。

- (1) 気球部内の空気の温度が T_1 に達したとき、気球部内の空気の密度を求めよ。
- (2) 気球部内の空気を加熱し始めてから、その温度が T_1 になるまでに、気球部内の空気の質量および気球部内の空気全体の内部エネルギーはどれだけ変化したか。それぞれの変化量について、ともに、増加するときを正として答えよ。
- (3) このとき、気球部内の空気を除いたこの熱気球の質量とゴンドラに乗っている物体の質量の和を求めよ。

その後、気球部内の空気の温度を T_1 のまま一定に保ち、ゴンドラ内の物体を軽くしたとき、熱気球は上昇して、やがて一定の高度を保った。その高度での外気の気圧は $p_1[\text{Pa}]$ であった。

- (4) この高度での外気の密度を求めよ。
- (5) この高度での気球部内の空気の密度を求めよ。
- (6) このとき、気球部内の空気を除いたこの熱気球の質量とゴンドラに乗っている物体の質量の和を求めよ。 (埼玉大 H.2)

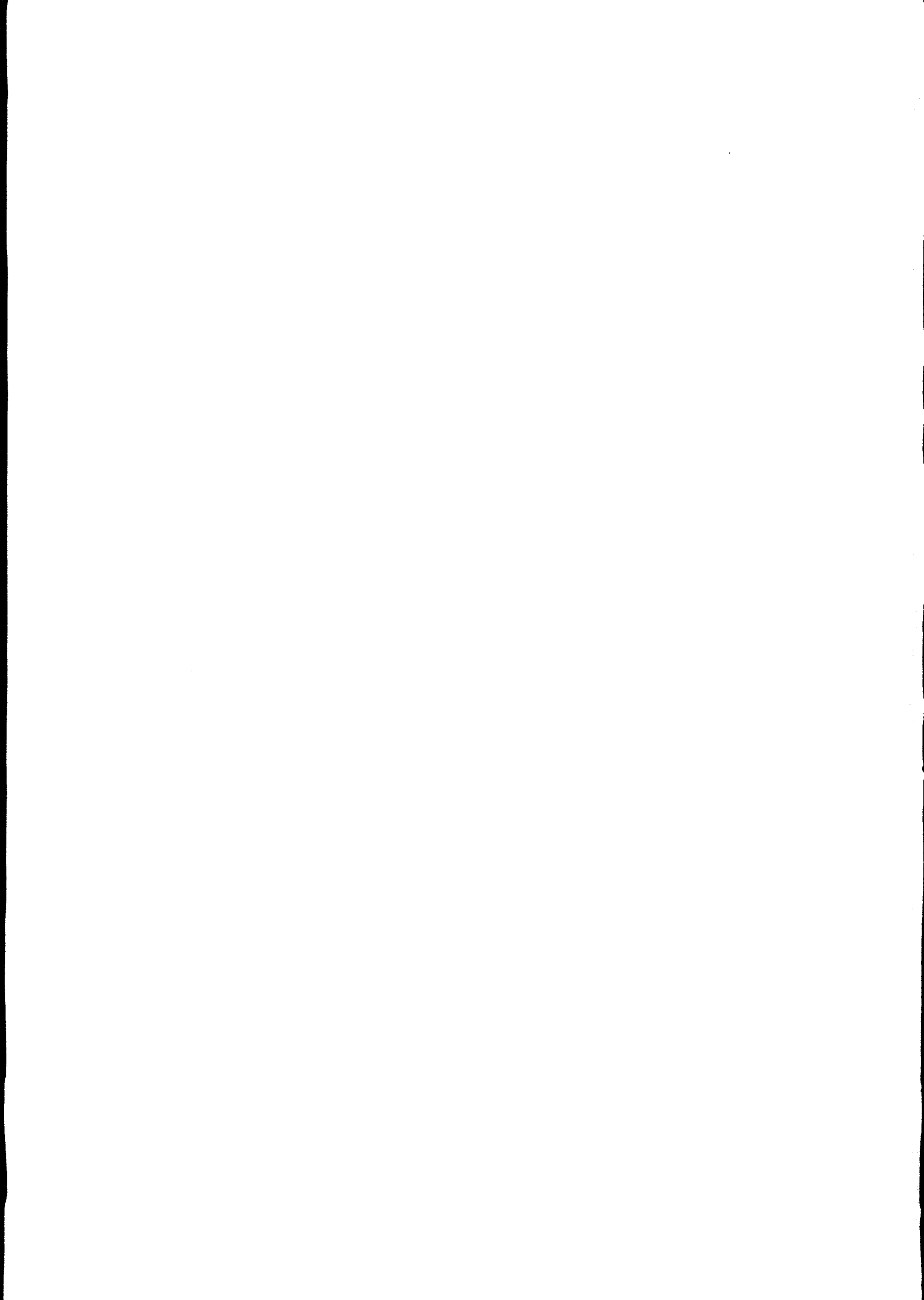
【15】 図に示すように，中心を O とする半径 a [m] の球形容器中に質量 m [kg] の単原子分子からなる 1 [mol] の理想気体が入っている。この理想気体の状態方程式は，温度 T [K]，圧力 P [N/m²]，体積 V [m³] とすると $PV = RT$ (R [J/molK] は気体定数) である。



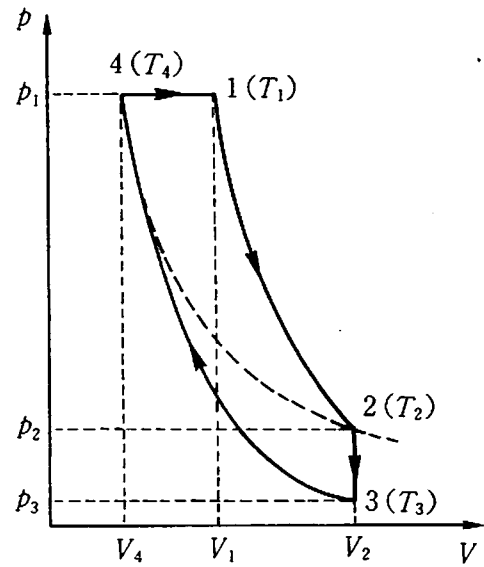
気体分子は容器の壁と完全弾性衝突を行い，分子どうしの衝突はなく，分子の速さは一様に v [m/s] であるものとして，次の各問いに答えよ。重力の影響は考えなくともよい。

- (1) 図のように，1 個の気体分子が A 点において入射角 θ [rad] で器壁に衝突して反射するとき，
- この気体分子について，器壁に垂直な方向の運動量変化 Δp [Ns] を求めよ。
 - この気体分子が A 点で反射した後，再び器壁と衝突するまでに要する時間 t_0 [s] を求めよ。
- (2) (a) 入射角 θ の気体分子 1 個が時間 t [s] の間に器壁と衝突する回数 n を求めよ。
- この時間 t [s] の間に 1 個の分子が器壁から受ける力積の大きさ I [Ns] を求めよ。
 - 作用反作用の法則によって，この分子から器壁は大きさ f [N] の力を受けている。この力を v ， m ， a で表せ。
- (3) (a) アボガドロ数を N_A として，容器の中にある N_A 個の分子から器壁が受ける力の大きさ F [N] を v ， N_A ， m ， a で表せ。
- この気体の圧力と体積の積 PV を v ， N_A ， m で表せ。
 - 理想気体の状態方程式を用いて，気体の温度 T [K] を気体分子 1 個の運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ ，気体定数 R および N_A で表せ。

(東京都立科技 H.2)



【16】 図のように、1 mol の理想気体からなる系の圧力、体積、温度が、1: (p_1, V_1, T_1) , 2: (p_2, V_2, T_2) , 3: (p_3, V_2, T_3) , 4: (p_1, V_4, T_4) , で与えられる4つの状態を $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ のように結ぶ、閉じたサイクルを持つ熱機関Eがある。この過程のうち $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 4$ は断熱過程であり、 $2 \rightarrow 3$ は一定体積 V_2 のもとでの減圧過程、 $4 \rightarrow 1$ は一定圧力 p_1 のもとでの膨張過程である。また、状態2と4は温度 T の等温曲線(図の破線)上にあるものとする ($T_2 = T_4 = T$)。



この理想気体の定積モル比熱を C_v , 定圧モル比熱を C_p , 気体定数を R として、以下の文の の中に入れるべき正しい答えをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を記せ。

(1) 一般に、気体に外部から熱量 ΔQ が加えられ、同時に気体が外部に仕事 ΔW をなしたとき、その気体の内部エネルギーは $\Delta U = (\text{ア})$ だけ増加する。

いま圧力一定のもとに、この理想気体に外部から熱が加えられ、かつ気体が外部に仕事をした結果、気体の温度が ΔT だけ上昇した。理想気体に対しては $\Delta U = C_v \Delta T$ であるから、 C_v と C_p の間には (イ) の関係がある。

(2) 熱機関Eがサイクルを一巡した。この1サイクルで外部から熱機関に加えられた熱量は (ウ) であり、熱機関が外部に放出した熱量は (エ) である。また、このサイクルで熱機関から外部に取り出すことができた仕事(すなわち熱機関が外部に対してなした仕事と、外部から熱機関になされた仕事の差)は (オ) である。

(3) この理想気体が単原子分子からなっているとする。断熱過程で結ばれる状態1と2の温度差と状態3と4の温度差が等しいとき、この熱機関の効率 (カ) である。

- (ア)の解答群 1. $\Delta W - \Delta Q$ 2. $\Delta Q - \Delta W$ 3. $\Delta Q + \Delta W$
 4. $-\Delta W - \Delta Q$ 5. $-\Delta W$ 6. $-\Delta Q$

(イ)の解答群 1. $C_v + C_p = \frac{3}{2}R$ 2. $C_v - C_p = \frac{3}{2}R$ 3. $C_p - C_v = \frac{3}{2}R$

4. $C_p - C_v = R$ 5. $C_v + C_p = R$ 6. $C_v - C_p = R$

(ウ)と(エ)と(カ)の解答群 1. $C_v(T_1 - T)$ 2. $C_v(T - T_3)$ 3. $C_p(T_1 - T)$

4. $C_p(T - T_3)$ 5. $(C_v - R)(T_1 - T)$ 6. $(C_v - R)(T - T_3)$

7. $C_v(T - T_3) - C_p(T_1 - T)$ 8. $C_p(T_1 - T) - C_v(T - T_3)$

9. $C_v(T - T_3) + C_p(T_1 - T)$

(ク)の解答群 1. 1 2. $\frac{5}{3}$ 3. $\frac{2}{3}$ 4. $\frac{2}{5}$ 5. $\frac{3}{5}$ 6. $\frac{1}{2}$

(東京理大(理) H.2)

【17】 次の問いに答えよ。

n [mol] の理想気体がある。この気体の圧力，絶対温度，体積をそれぞれ P [N/m²]， T [K]， V [m³] とする。この気体の状態方程式は P ， T および V の関係を示し，次のように表される。

$$PV = \boxed{(1)}$$

ここで R は気体定数で次のようになる。

$$R = 8.31 \text{ [J/(mol} \cdot \text{K)]}$$

この気体の状態を変化させるときは静かに行うことにする。ここで断熱変化の場合には次の関係が成立する。

$$PV^\gamma = \text{一定}$$

ここで γ は定圧モル比熱 C_p [J/(mol \cdot K)] と定積モル比熱 C_v [J/(mol \cdot K)] の比である。断熱変化の場合に T と V の関係は $\boxed{(2)}$ のように表される。

熱機関がある。この熱機関においては以上に示した n [mol] の理想気体を用い，これを図の矢印で示すように状態 A から状態 B，C，D を経て状態 A に変化させる。なお P ， T ， V の状態 A，B，C，D における値をそれぞれ P_A ， T_A ， V_A ， P_B ， T_B ， V_B ， P_C ， T_C ， V_C ， P_D ， T_D ， V_D とする。そして A \rightarrow B の間と C \rightarrow D の間は断熱変化であり，B \rightarrow C の間は定積変化で気体は熱量 Q_1 [J] を吸収し，D \rightarrow A の間は定積変化で気体は熱量 Q_2 [J] を放出する。ここで

$$\frac{V_A}{V_B} = \epsilon, \quad \frac{P_C}{P_B} = \rho$$

とする。このとき T_B を γ ， T_A ， ϵ を用いて表すと

$$T_B = \boxed{(3)}$$

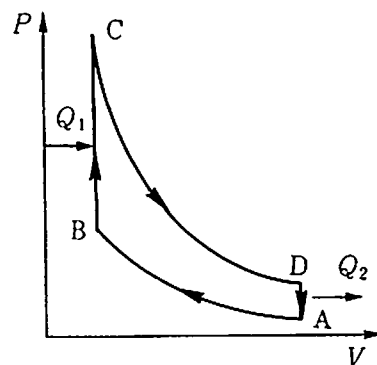
となる。次に T_C を γ ， T_A ， ϵ ， ρ を用いて表すと

$$T_C = \boxed{(4)}$$

となる。また T_D を T_A ， ρ を用いて表すと

$$T_D = \boxed{(5)}$$

となる。この熱機関において気体が状態 A から変化し一巡して再び状態 A にもど



ったときに気体の内部エネルギーは $\boxed{(6)}$ 。したがって気体のした仕事は

$$W = \boxed{(7)}$$

となる。この熱機関の熱効率 e は次のようになる。

$$e = \frac{W}{Q_1}$$

以上において Q_1 と Q_2 は次のように表される。

$$Q_1 = \boxed{(8)} (T_c - T_b), \quad Q_2 = \boxed{(8)} (T_D - T_A)$$

e を r と ϵ を用いて表すと $\boxed{(9)}$ のようになる。

(千葉工大 H.2)

【18】 図1に示すように、容積 V_1 の容器の一部に、1 molの理想気体が、まさつのないピストンにより閉じこめられており、残りの部分は真空である。気体の温度が T で体積が V のとき、気体の圧力がおもりとつり合っている。この状態からはじめて、以下の4つの変化を別々におこさせる。

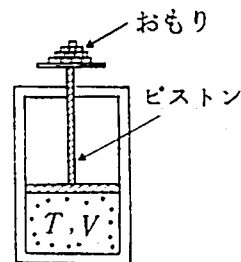


図1

[A] おもりをそのままにして、気体をゆっくり加熱し膨張させ、その体積を V_1 にした。そのときの気体の温度は T_1 であった。

[B] 気体の温度を T に保ったまま、おもりの重量をゆっくり減少させ、体積を V_1 にした。次に、体積は V_1 のまま温度を T_1 にした。

[C] 断熱的におもりの重量をゆっくり減少させ、体積を V_1 にした。この場合、(圧力) × (体積) r = 一定の関係が成り立つ。ただし、 r は1より大きい定数である。次に、体積は V_1 のまま温度を T_1 にした。

[D] おもりを急にとりのぞき、気体を断熱的に自由膨張させ、体積を V_1 にした。しばらくしてから、体積は V_1 のまま温度を T_1 にした。

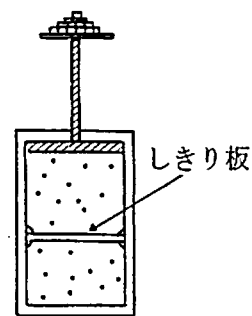


図2

この気体の定積モル比熱を C_v とし、気体定数を R と書くことにする。大気の圧力、およびピストンの大きさや重量の影響は無視できるものとして、以下の文章中の□をうめよ。答えは T, V, V_1, C_v, r, R を用いて表し、 T_1 を用いてはならない。ただし、(≡)□については、記号で答えよ。

(1) [A], [C], [D]の変化で気体のした仕事を、それぞれ W_A, W_C, W_D とすると、 $W_A = (ア)□$, $W_C = (イ)□$, $W_D = (ウ)□$ である。[B]の変化で気体のした仕事 W_B を含めて考えた場合、以下の(a)~(f)の式のうちで、これらの大小関係を正しく与えるものは(≡)□である。

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (a) $W_A > W_B > W_C > W_D$ | (b) $W_A > W_B > W_C = W_D$ |
| (c) $W_B > W_C = W_D > W_A$ | (d) $W_B > W_A > W_D > W_C$ |
| (e) $W_B > W_C > W_A > W_D$ | (f) $W_D > W_A > W_B > W_C$ |

(2) [A]の変化のあとで、図2に示すように、しきり板を入れて固定し、容器の下部の容積がつねに V であるようにする。このしきり板は、熱をとおすものであり、厚さは考えなくてよいものとする。全体をゆっくり冷却して温度を T にもどすと、ピストンは下がる。この冷却の過程で気体に加えられた仕事は(カ) と書け、気体全体から外部に放出された熱量は(カ) と表される。

・ (慶大(理工) H.2)