

# 解 答 目 次

第1章	物体の運動	4
第2章	運動の法則	8
第3章	運動量の保存	14
第4章	仕事と力学的エネルギー	19
第5章	円運動と万有引力による運動	23
第6章	単振動	27
第7章	気体の分子運動	30
第8章	波 動	35
第9章	音 波	39
第10章	光 波	43
第11章	電界とコンデンサー	48
第12章	直流回路	56
第13章	電流と磁界	62
第14章	電磁誘導	65
第15章	交流回路	68
第16章	電 子	71
第17章	粒子性と波動性	74
第18章	原子・原子核	77

# 第1章 物体の運動

$$1. \quad \bar{v} = \frac{366}{2} = 183 \text{ km/h} \quad \text{答}$$

$$= \frac{183 \times 10^3 \text{ m}}{3.6 \times 10^3 \text{ s}} = 50.8 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

2. (1) 例題2と同様、表を作って分析する。(Δt = 0.20s)

区間	Δs [cm]	$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ [cm/s]	$\Delta \bar{v}$ [cm/s]	$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ [cm/s <sup>2</sup> ]
AB	6.4	32.0	44.0	220
BC	15.2	76.0		
CD	24.0	120.0	44.0	220
DE	32.8	164.0	44.0	220

したがって、加速度は 220 cm/s<sup>2</sup> 答

(2) Δs は 8.8 cm ずつ増しているから、E を通過してからの移動距離は

$$32.8 + 8.8 = 41.6 \text{ cm} \quad \text{答}$$

(3) DE間の平均の速さは 164 cm/s

Eから0.20秒間の平均の速さは

$$\frac{41.6}{0.20} = 208 \text{ cm/s}$$

等加速度運動では、平均の速さはその時間の中央の時刻における瞬間の速さに等しい。したがって、上の2つの平均の速さの平均値は、Eを通る瞬間の速さになる。

$$\frac{164 + 208}{2} = 186 \text{ cm/s} \quad \text{答}$$

3. (1) 加速度を a [m/s<sup>2</sup>] とすると

$$-3.0 = 15 + a \times 6.0$$

$$\therefore a = -3.0 \text{ m/s}^2 \quad \text{答}$$

(2) Pの座標を s [m] とすると

$$(-3.0)^2 - 15^2 = 2 \times (-3.0)s$$

$$\therefore s = 36 \text{ m} \quad \text{答}$$

(3) 最も速ざかった点では速度 0 である。

その点の座標を s' [m] とすると

$$0 - 15^2 = 2 \times (-3.0)s'$$

$$\therefore s' = 38 \text{ m} \quad \text{答}$$

4. Aが減速し始めたときの位置を原点、速度の向きを正の向きにとる。減速し始めてから t [s] 後のAの速度を v<sub>A</sub> [m/s]、座標を s<sub>A</sub> [m] とし、Bの速度を v<sub>B</sub> [m/s]、座標を s<sub>B</sub> [m]、求める車間距離を l [m] とすると

$$v_A = 20 - 4t, \quad s_A = 20t - \frac{1}{2} \times 4t^2$$

$$v_B = 8 + 2t, \quad s_B = t + 8t + \frac{1}{2} \times 2t^2$$

最も接近したとき、s<sub>A</sub> = s<sub>B</sub>

また、v<sub>A</sub> = v<sub>B</sub> これから t = 2.0s

(t = 2.0s 以後は v<sub>A</sub> < v<sub>B</sub> となる.)

これを s<sub>A</sub> = s<sub>B</sub> の式に入れて

$$20 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 = t + 8 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2$$

$$\therefore t = 12 \text{ m} \quad \text{答}$$

5. (1) 加速度を a [m/s<sup>2</sup>] とすると

$$a = \frac{0 - 4}{8} = -0.5 \text{ m/s}^2 \quad \text{答}$$

(2) 求める速度を v [m/s] とすると

$$v = 4 + (-0.5) \times 10 = -1 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(3) 求める座標を s [m] とすると

$$s = 4 \times 12 + \frac{1}{2} \times (-0.5) \times 12^2 = 12 \text{ m} \quad \text{答}$$

(4) v = 0 となった t = 8s の瞬間の点が最も速ざかった点である。その点の座標を s [m] とすると

$$s = \frac{4 \times 8}{2} = 16 \text{ m} \quad \text{答}$$

6. (1) 鉛直方向の速度成分のグラフが t 軸と囲む面積 (300秒まで) を求めて

$$\text{最高高度} = \frac{30 \times (100 + 300)}{2} = 6000 \text{ m} \quad \text{答}$$

(2) 速度の水平、鉛直成分を v<sub>x</sub>, v<sub>y</sub> [m/s] とすると

$$v_x = 4 \times 10 = 40$$

$$v_y = 30 \times \frac{10}{100} = 3$$

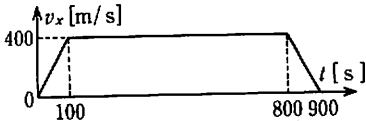
この瞬間の速さを  $v$  [m/s] とすると

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 40 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(3)  $t = 100$  s のときの速度の水平成分は

$$4 \times 100 = 400 \text{ m/s}$$

であるから、 $v_x-t$  グラフは



となる。  $t$  軸と囲む面積を求めて

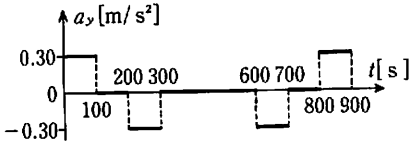
$$\text{距離} = \frac{400 \times (700 + 900)}{2} = 3.2 \times 10^5 \text{ m} \quad \text{答}$$

(4) 速度の鉛直成分が変化している区間の

加速度成分の大きさはすべて

$$\frac{30}{100} = 0.30 \text{ m/s}^2$$

であるから、グラフは下図のようになる。



7. (1)(2) 例題2と同様に分析する。

(a)

$\Delta x$ [cm]	$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ [cm/s]	$\Delta \bar{v}$ [cm/s]	$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ [cm/s <sup>2</sup> ]
4.6	46	12	120
5.8	58	12	120
7.0	70	12	120
8.2	82	12	120
9.4	94	12	120

(b)の場合も結果は同じで

$$\text{台車の加速度} = 120 \text{ cm/s}^2 \quad \text{答}$$

すなわち、観測者が静止していても等速度運動をしていても、運動する物体の加速度は等しく観測される。

(a)の場合は台車の速度(地面に対する速度)  $v_A$  が観測される。 $\bar{v} = 58$  と  $70 \text{ cm/s}$  の平均値は3つ目の位置を通る瞬間の速さ  $v_A = 64 \text{ cm/s}$  を表している。同様に、(b)の場合の3つ目の位置を通る瞬間の速さは  $\bar{v} = 93$  と  $105 \text{ cm/s}$  の平均値を求めて  $v_A' = 99 \text{ cm/s}$  となるが、これはカメラQに対する台車Aの相対速度  $v_{QA}$  である。

$$v_{QA} = v_A - v_Q \text{ から } 99 = 64 - v_Q$$

$$\therefore v_Q = -35$$

答 左向きに  $35 \text{ cm/s}$

8. (1) 雨の速度

$\vec{v}_A$ , 電車の速度

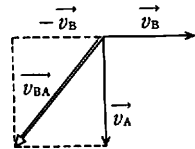
$\vec{v}_B$ , 電車に対

する雨の相対速度

$\vec{v}_{BA}$  を図示すると

$$\begin{aligned} \vec{v}_{BA} &= \vec{v}_A - \vec{v}_B \\ &= \vec{v}_A + (-\vec{v}_B) \end{aligned}$$

から右図のようになる。 $\vec{v}_A$ ,  $\vec{v}_B$  は一定であるから、 $\vec{v}_{BA}$  も一定で、図①のように観察される。



(2) (1)と同様に図示できるが、時間がたつにつれて  $\vec{v}_B$  が大きくなるから、 $\vec{v}_{BA}$  の方向は水平に近くなる。したがって、図③のように観察される。

9. (1) Aを落としてからすれ違うまでの時間を  $t$  とすると

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt^2 \text{ から } t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Bについては上向きを正の向きにとり、初速度を  $v_0$  とすると

$$\frac{h}{2} = v_0 \sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{h}{g}$$

これを解いて

$$v_0 = \sqrt{gh} \quad \text{答}$$

(2) すれ違うときのAの速度  $v_A$  は

$$v_A = g \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} = \sqrt{gh}$$

Bの速度  $v_B$  は

$$v_B = \sqrt{gh} - g \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} = 0$$

したがって、Bに対するAの相対速度を

$v_{BA}$  とすると

$$v_{BA} = v_A - v_B = \sqrt{gh} \quad \text{窗}$$

- (3) A を落としてから A, B が地面に当たるまでの時間を  $t_A, t_B$  とすると

$$h = \frac{1}{2}gt_A^2 \text{ から } t_A = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$0 = v_0t_B - \frac{1}{2}gt_B^2 \text{ から } t_B = 2\sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$\therefore t_B - t_A = (2 - \sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}} \quad \text{窗}$$

11. B の初速度を変えて、地上  $\frac{3}{4}h$  の所ですれ違うというような場合には、すれ違うまでの時間は

$$\frac{h}{4} = \frac{1}{2}gt^2 \text{ から } t = \sqrt{\frac{h}{2g}}$$

B の初速度は

$$\frac{3h}{4} = v_0\sqrt{\frac{h}{2g}} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{h}{2g} \text{ から } v_0 = \sqrt{2gh}$$

すれ違うときの速度は

$$v_A = g \cdot \sqrt{\frac{h}{2g}} = \sqrt{\frac{gh}{2}} \quad (\text{下向き})$$

$$v_B = \sqrt{2gh} - g \cdot \sqrt{\frac{h}{2g}} = \sqrt{\frac{gh}{2}} \quad (\text{上向き})$$

となる。このとき、 $v_{BA}$  を

$$v_{BA} = v_A - v_B = 0$$

としてはならない。下向きを正とすると

$$v_B = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$$

であるから

$$v_{BA} = \sqrt{2gh}$$

となる。この大きさは B の初速度に等しい。同時に投げたときの相対速度は一定である。これは、A, B の加速度が等しいために、速度の変化量が帳消しになるからである。

10. (1) 落としてから時間  $t$  の後の通信筒の速度の水平成分は  $56\text{ m/s}$  で一定、鉛直成分は  $gt\text{ [m/s]}$  であるから、通信筒の速度  $\vec{v}_A$  は

$$\vec{v}_A = 56\vec{i} + g\vec{j}$$

で表される。したがって、飛行機から見た通信筒の相対速度  $\vec{v}_{BA}$  は

$$\vec{v}_{BA} = 56\vec{i} + g\vec{j} - 56\vec{i} = g\vec{j}$$

となり、飛行機から見ると、通信筒は自由落下するように見える。 窗

- (2) 落としてから海面に当たるまでの時間を  $t\text{ [s]}$  とすると

$$90 = \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \text{ から } t = \frac{30}{7}\text{ s}$$

この間に、水平方向には

$$56 \times \frac{30}{7} = 240\text{ m}$$

だけ進むから、240 m 手前で落とす。 窗

- (3) 海面に当たるときの速度の鉛直成分は

$$v_y = gt \text{ から } v_y = 9.8 \times \frac{30}{7} = 42\text{ m/s}$$

$$\therefore \text{速さ } v = \sqrt{56^2 + 42^2} = 70\text{ m/s} \quad \text{窗}$$

11. 投げてから地面に当たるまでの時間は

$$2.5 = \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \text{ から } t = \frac{5}{7}\text{ s}$$

小球の  $x, y$  方向の速度成分は一定だから落地点の  $x, y$  座標は

$$\left. \begin{aligned} x &= 28 \times \frac{5}{7} = 20\text{ m} \\ y &= 14 \times \frac{5}{7} = 10\text{ m} \end{aligned} \right\} \quad \text{窗}$$

12. (1) 打った点を原点、初速度を  $v_0$ 、その水平、鉛直方向の成分速度  $v_x, v_y$  の向きに  $x$  軸、 $y$  軸をとると

$$v_x \times 4 = 120 \text{ から } v_x = 30\text{ m/s}$$

$$v_y \times 4 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 0 \text{ から } v_y = 19.6\text{ m/s}$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 36\text{ m/s} \quad \text{窗}$$

- (2) 最高点の高さを  $h\text{ [m]}$  とすると

$$h = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{19.6^2}{2 \times 9.8} = 20\text{ m} \quad \text{窗}$$

13. (1) 初速度の水平成分は  $v_0$ 、鉛直成分は  $at_0$  であるから

$$\tan \theta = \frac{at_0}{v_0} \quad \text{窗}$$

- (2) 投げた点の高さは  $\frac{1}{2}at_0^2$ 、投げた点から最高点までの高さは  $\frac{(at_0)^2}{2g}$  であるから

$$\text{求める高さ} = \frac{1}{2}at_0^2 \left(1 + \frac{a}{g}\right) \quad \text{答}$$

- (3) 投げた点を原点、鉛直下向きを  $y$  の正の向きにとり、地面に当たるときの速度の鉛直成分を  $v_y$  とすると

$$v_y^2 - (-at_0)^2 = 2g \cdot \frac{1}{2}at_0^2$$

$$\therefore v_y = \sqrt{a^2 + ga} \cdot t_0$$

求める速さを  $v$  とすると

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (a^2 + ga)t_0^2} \quad \text{答}$$

## 第2章 運動の法則

14. C, Dの張力を  $S, T$  [kgw] とすると,

水平方向のつりあいから

$$S \sin 45^\circ = T \sin 60^\circ \quad \text{①}$$

鉛直方向のつりあいから

$$S \cos 45^\circ + T \cos 60^\circ = 3.0 \quad \text{②}$$

①から  $S = \sqrt{\frac{3}{2}} T$

これを②に入れて

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} T + \frac{1}{2} T = 3.0$$

$$\therefore T = \frac{6.0}{\sqrt{3} + 1} = 2.2 \text{ kgw} \quad \text{答}$$

$$S = \sqrt{\frac{3}{2}} \times 2.2 = 2.7 \text{ kgw} \quad \text{答}$$

15.  $AB = 1.6 \text{ m}$  であるから, ゴムひもの長さは  $2.0 \text{ m}$  になっている. したがって,

このとき, ゴム

は  $0.4 \text{ m}$  伸びて

いる. ゴムの弾

性力を  $F$  [kgw]

とし, ゴムが鉛

直方向となす角を  $\theta$  とすると, 2つの  $F$  の合力が重力とつりあう.

$$2F \cos \theta = 1.2$$

$$\cos \theta = \frac{6}{10} \text{ であるから}$$

$$F = 1.0 \text{ kgw}$$

弾性定数を  $k$  [kgw/m] とすると

$$1.0 = k \times 0.4$$

$$\therefore k = 2.5 \text{ kgw/m} \quad \text{答}$$

16. (1) 押している力を  $P$ , 垂直抗力を  $N$ , 摩擦力を  $F$  とすると

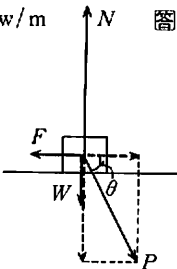
$$P \cos \theta = F$$

$$P \sin \theta + W = N$$

滑る限界のとき

$$F = \mu_0 N$$

以上の3式から



$$P = \frac{\mu_0 W}{\cos \theta - \mu_0 \sin \theta} \quad \text{答}$$

- (2) (1)の結果の分母が0になるとき,  $P$  は無限に大きくなるから, 物体は滑らない. したがって

$$\tan \theta = \frac{1}{\mu_0} \quad \text{答}$$

17. 弾性力を  $P$ ,

垂直抗力を  $N$ ,

摩擦力を  $F$  とす

る.  $\tan \theta =$

$0.75$  であるから,

ゴムひもの

長さは  $1.0 \text{ m}$  に

なっている. し

たがって

$$P = 5.0 \times (1.0 - 0.8)$$

$$= 1.0 \text{ kgw}$$

水平方向, 鉛直方向のつりあいから

$$P \sin \theta = F$$

$$P \cos \theta + N = W$$

$\sin \theta = 0.60, \cos \theta = 0.80$  であるから

$$F = 1.0 \times 0.60 = 0.60 \text{ kgw}$$

$$N = 2.0 - 1.0 \times 0.8 = 1.2 \text{ kgw}$$

$F$  は最大摩擦力であるから

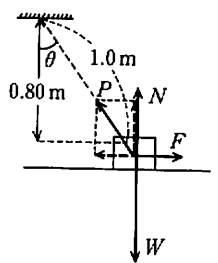
$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{0.60}{1.2} = 0.50 \quad \text{答}$$

18. どの場合にも, ばねは右方へ等しい力で引っ張られているから, 左方へ等しい力で引っ張られていなければつりあわない. この力は(b)の場合は糸が引く力, (c)の場合は板ばねが引く力である. したがって, どの場合にも弾性力が等しいはずであるから, 伸びも等しい.

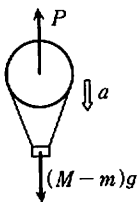
答 いずれも  $10 \text{ cm}$

19. (1) 浮力を  $P$  とする. はじめ, 等速度であるから

$$P = Mg$$



砂袋を捨てた後、鉛直下向きを正の向きにとり、加速度を  $a$  とする



$$(M-m)a = (M-m)g - P$$

$P$  の式をこれに代入して

$$a = -\frac{mg}{M-m}$$

○ 上向きに  $\frac{mg}{M-m}$  [m/s<sup>2</sup>]

(2) 高さを  $h$  [m] とすると

$$0 - v^2 = 2ah = -\frac{2mgh}{M-m}$$

$$\therefore h = \frac{(M-m)v^2}{2mg} \text{ [m]} \quad \text{○}$$

20. 浮力を  $P$  [N] とし、鉛直下向きを正の向きにとると

$$Ma = Mg - P$$

質量  $m$  [kg] の砂袋を捨てたとすると

$$(M-m) \cdot (-a) = (M-m)g - P$$

2式を辺々引き算して

$$(2M-m)a = mg$$

これから  $m = \frac{2Ma}{g+a}$  [kg] ○

21. (1) 例題2と同様に分析する。

$\Delta x$ [cm]	$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ [cm/s]	$\Delta \bar{v}$ [cm/s]	$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ [cm/s <sup>2</sup> ]
4.8	48		
6.2	62	14	140
7.6	76	14	140
9.0	90	14	140
10.4	104	14	140

したがって、加速度は  $1.4 \text{ m/s}^2$  ○

(2) 台車の質量を  $M$  [kg]、糸の張力を  $T$  [N] とすると

$$0.30 \times 1.4 = 0.30 \times 9.8 - T$$

$$M \times 1.4 = T$$

2式を辺々加え合わせて

$$(0.30 + M) \times 1.4 = 0.30 \times 9.8$$

$$\therefore M = 1.8 \text{ kg} \quad \text{○}$$

(3) 追加したおもりの質量を  $m$  [kg]、糸の張力を  $T'$  [N] とすると

$$(0.30 + m) \times 2.8 = (0.30 + m) \times 9.8 - T'$$

$$1.8 \times 2.8 = T'$$

2式を辺々加え合わせて

$$(2.1 + m) \times 2.8 = (0.30 + m) \times 9.8$$

これを解いて  $m = 0.42 \text{ kg}$  ○

22. (1) Aについては下向きを正、Bについては上向きを正の向きにとり、加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>]、張力を  $T$  [N] とすると

$$(M+m)a = (M+m)g - T$$

$$Ma = T - Mg$$

2式を辺々加えて整理し

$$a = \frac{mg}{2M+m} \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \text{○}$$

(2) はじめとあとの所要時間を  $t_1, t_2$  [s] とし、AがGを通過するときの速さを  $v$  [m/s] とすると

$$l = \frac{1}{2}at_1^2, \quad v = at_1$$

Gを通過後、Aは等速度運動をするから

$$l = vt_2 = at_1t_2$$

この2式から

$$t_1/t_2 = 2 \quad \text{○}$$

(3) (1)の2式から

$$T = \frac{2(M+m)Mg}{2M+m} \text{ [N]}$$

AがGを通過後は等速度運動であるから

$$\text{張力 } T' = Mg \text{ [N]}$$

$$\therefore \frac{T}{T'} = \frac{2(M+m)}{2M+m} \quad \text{○}$$

23. Aについては下向きを正、Bについては上向きを正の向きにとり、Aの加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>]、Aをつるしている糸の張力を  $T$  [N] とする。動滑車の質量を無視しているから、Bをつるしている糸の張力は  $2T$  である。Aが10cm下降するとBは5cm上昇するから、Bの加速度は  $\frac{a}{2}$  [m/s<sup>2</sup>] である。ゆえに運動方程式は

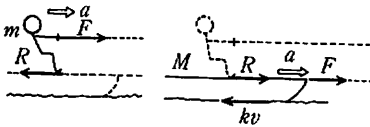
A..... $2ma = 2mg - T$  ①

B..... $m \cdot \frac{a}{2} = 2T - mg$  ②

①×2+②から

$a = \frac{2}{3}g$  [m/s<sup>2</sup>] 答

24. (1) 人が舟を押す力の水平成分を  $R$  [N] とし、加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>] とする。人と舟にはたらく力はそれぞれ下図の通りである。



運動方程式は

人..... $ma = F - R$

舟..... $Ma = F + R - kv$

2式を辺々加え合わせて

$a = \frac{2F - kv}{m + M}$  [m/s<sup>2</sup>] 答

$a$  の式を人の運動方程式に代入して

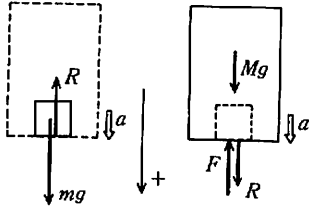
$R = \frac{(M - m)F + mkv}{m + M}$  [N] 答

(2)  $v$  が大きくなるにつれて  $a$  は小さくなり、0 になると、以後等速度運動をする。

$a = 0$  として

$v = \frac{2F}{k}$  [m/s] 答

25. おもりが箱に及ぼす力を  $R$  [N] とすると、おもりと箱にはたらく力は下図の通りである。



下向きを正の向きにとり、加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>] とすると、運動方程式は

おもり..... $ma = mg - R$

箱..... $Ma = Mg + R - F$

この2式から

$a = g - \frac{F}{m + M}, R = \frac{mF}{m + M}$

(1)  $R$  の式から、 $F = 0$  のとき  $R = 0$  答  
(このとき  $a = g$ 。したがって、自由落下するエレベーター内では無重量状態になっている。)

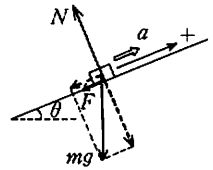
(2)  $\frac{mF}{m + M}$  [N] 答

(3)  $a = 0$  として

$R = mg$  [N] 答

26. (1)  $v$  の

向きを正の向きにとり、加速度を  $a$  とし、垂直抗力を  $N$ 、摩擦抗力を  $F$  とすると、



運動方程式は

$ma = -mg \sin \theta - F$

$N = mg \cos \theta$

$F = \mu N$

であるから、この3式により

$a = -g(\sin \theta + \mu \cos \theta)$

答  $v$  と反対向きに  $g(\sin \theta + \mu \cos \theta)$

(2)  $OP = l$  とすると  $0 - v^2 = 2al$

$\therefore l = \frac{v^2}{2g(\sin \theta + \mu \cos \theta)}$  答

(3) 滑り降りるときの加速度は例題21から

$a' = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$

であるから、求める速度を  $v'$  とすると

$v' = \sqrt{2a'l} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\sin \theta + \mu \cos \theta}} \cdot v$  答

27. (1) Bにはたらく垂直抗力を  $N$ 、摩擦抗力を  $F$  とし、糸の張力を  $T$  とすると、つりあいの式は

A..... $T = 0.4 \sin \theta = 0.24 \text{ kgw}$

B...  $\left\{ \begin{aligned} F &= T + 2 \sin \theta = 1.44 \text{ kgw} \\ N &= 2 \cos \theta = 1.6 \text{ kgw} \end{aligned} \right.$

したがって、静止摩擦係数を  $\mu$  とすると

$\mu = \frac{F}{N} = 0.90$  答

(2) 加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>] とする。



$$0.49 = \frac{1}{2}a \times 0.50^2 \text{ から } a = 3.92 \text{ m/s}^2$$

運動摩擦係数を  $\mu'$  とすると

$$F = \mu' N = 1.6\mu' g \text{ [N]}$$

運動方程式は

$$A \cdots \cdots 0.4a = 0.4g \sin \theta - T$$

$$B \cdots \cdots 2a = 2g \sin \theta + T - F$$

2式を辺々加え合わせて

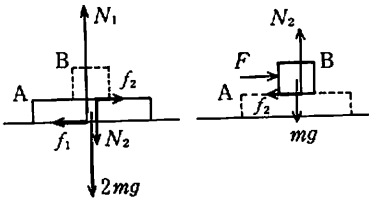
$$2.4a = 2.4g \sin \theta - 1.6\mu' g$$

$a$  と  $\sin \theta$  の値をこれに入れて

$$\mu' = 0.30$$

答

28. (1) A と床との間の摩擦力を  $f_1$ , 床がAに及ぼす垂直抗力を  $N_1$ , AB間の摩擦力を  $f_2$ , AがBに及ぼす垂直抗力を  $N_2$  とすると, A, Bにはたらく力は下図の通り.



$$A \text{ について } \begin{cases} f_1 = f_2 \\ N_1 = 2mg + N_2 \end{cases}$$

$$B \text{ について } \begin{cases} F = f_2 \\ N_2 = mg \end{cases}$$

$F = 0.9mg$  のとき,  $f_1$  は最大摩擦力であるから, A と床との間の静止摩擦係数を  $\mu_1$  とすると  $f_1 = \mu_1 N_1$

上の式から  $N_1 = 3mg$  となるので

$$0.9mg = \mu_1 \times 3mg$$

$$\therefore \mu_1 = 0.30$$

答

$F = 1.5mg$  のとき

$$f_1 = 0.1N_1 = 0.3mg$$

AB間の静止摩擦係数を  $\mu_2$  とすると

$$f_2 = \mu_2 N_2 = \mu_2 mg$$

A, Bの加速度を  $a$  とすると

$$A \cdots \cdots 2ma = f_2 - f_1 = (\mu_2 - 0.3)mg$$

$$B \cdots \cdots ma = F - f_2 = F - \mu_2 mg$$

2式を辺々加え合わせて

$$a = \frac{F - 0.3mg}{3m}$$

$F = 1.5mg$  のとき  $a = 0.4g$

これをAの式に代入して

$$\mu_2 = 1.1$$

答

- (2) (1)の運動方程式で,  $f_2$  は最大摩擦力ではないが,  $a$  の式は同じになる. これに  $F = 1.2mg$  を代入して

$$a = 0.30g$$

答

- (3) A, Bの加速度を  $a$ ,  $b$  とする.

$$f_1 = 0.1N_1 = 0.3mg$$

$$f_2 = 1N_2 = mg$$

であるから, A, Bの運動方程式は

$$A \cdots \cdots 2ma = f_2 - f_1$$

$$B \cdots \cdots mb = 2mg - f_2$$

$f_1, f_2$  の式を代入して

$$a = 0.35g, \quad b = g$$

答

29. (1) おもり, その質量を  $m, M$ , 糸の張力を  $T$ , 速度が  $v$  のときの加速度を  $a$  とし, そりと机との間の運動摩擦係数を  $\mu$  とすると, 運動方程式は

$$\text{そり} \cdots \cdots Ma = T - \mu Mg - kv$$

$$\text{おもり} \cdots \cdots ma = mg - T$$

この2式を辺々加え合わせて

$$a = \frac{(m - \mu M)g - kv}{M + m}$$

$a = 0$  のときの  $v$  を  $v_t$  とすると

$$(m - \mu M)g = kv_t$$

$m = 0.30 \text{ kg}$ ,  $0.40 \text{ kg}$  の場合の  $v_t$  はそれぞれ  $2.8 \text{ m/s}$ ,  $4.2 \text{ m/s}$  であるから

$$(0.3 - 0.5\mu) \times 9.8 = 2.8k$$

$$(0.4 - 0.5\mu) \times 9.8 = 4.2k$$

これを解いて

$$k = 0.70 \text{ N/(m/s)}, \quad \mu = 0.20$$

答

- (2) (1)の  $a$  の式に数値を入れて

$$a = \frac{(0.3 - 0.2 \times 0.5) \times 9.8 - 0.7 \times 1}{0.5 + 0.3}$$

$$= 1.6 \text{ m/s}^2$$

答

- (3) (1)の  $v_t$  の式から

$$v_t = \frac{(0.5 - 0.2 \times 0.5) \times 9.8}{0.7}$$

$$= 5.6 \text{ m/s}$$

答

30. 加速度を  $a$  とすると、全体について

$$F = (M + m)a$$

P から見て Q は静止しているから、Q にはたらく力は重力  $mg$ 、垂直抗力  $N$ 、左向きの慣性の力  $ma$  の3力がつりあっている。斜面の方向の見かけのつりあいについて

$$mg \sin \theta = ma \cos \theta$$

$$\therefore a = g \tan \theta$$

これをはじめの式に代入して

$$F = (M + m)g \tan \theta$$

図

31. エレベーター

の加速度を上向きに  $a$  とすると、下向きの慣性の力、はかりの抗力  $N$ 、重力の3力がつりあっているから

$$N = ma + mg$$

これから

$$a = \frac{N - mg}{m}$$

$$0 \sim 2\text{s} : a = \frac{0.32 \times 9.8 - 0.28 \times 9.8}{0.28}$$

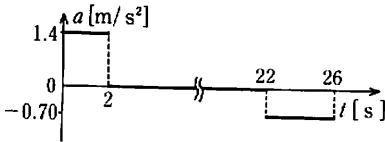
$$= 1.4 \text{ m/s}^2 \quad \checkmark$$

$$2 \sim 22\text{s} : a = 0$$

$$22\text{s} \sim : a = \frac{0.26 \times 9.8 - 0.28 \times 9.8}{0.28}$$

$$= -0.70 \text{ m/s}^2$$

グラフは下図のようになる。



減速していた時間は次のように求められる。

$t = 2\text{s}$  の瞬間の速さは

$$1.4 \times 2 = 2.8 \text{ m/s}$$

減速し始めてから止まるまでの時間を  $t$  とすると

$$2.8 - 0.70t = 0$$

から

$$t = 4.0\text{s}$$

図

32. 下向きを正の向き

にとり、エレベーターの加速度を  $a$ 、内部の人が観察する小球の相対加速度を  $a'$  とする。小球の相対的な運動方程式は

$$ma' = mg - ma$$

$$\therefore a' = g - a$$

ところで、小球の落下について

$$\frac{1}{2} a' \times 0.50^2 = 2.0 \quad \therefore a' = 16 \text{ m/s}^2$$

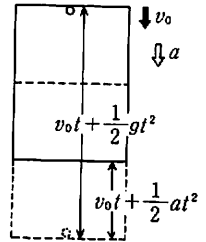
これを上式に代入して

$$16 = 9.8 - a \quad \therefore a = -6.2 \text{ m/s}^2$$

図 上向きに  $6.2 \text{ m/s}^2$

別解 地面に静止している人の立場で解く。

小球が落ち始めたときエレベーター（および小球）の速度を下向きに  $v_0$ 、エレベーター



の加速度を下向きに  $a$  とし、落下時間を  $t (= 0.50\text{s})$  とすると、この時間のエレベーターと小球の移動距離はそれぞれ

$$v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \quad v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

で、この差が天井の高さに等しいから

$$\frac{1}{2} g t^2 - \frac{1}{2} a t^2 = 2.0$$

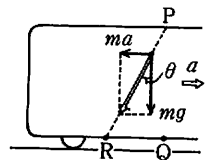
これに与えられた数値を入れて

$$a = -6.2 \text{ m/s}^2$$

が得られる。

33. (1) 電車

の中で見ると、小球には鉛直下向きの重力のほかに左向きの慣性の力がはたら



き、この合力の向きに落下する。合力の方向と鉛直方向のなす角を  $\theta$  とすると

$$\tan \theta = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{1.4}{9.8} = \frac{1}{7}$$

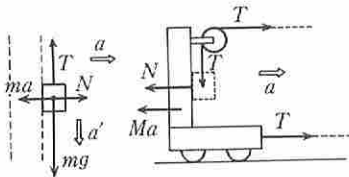
答 鉛直方向から  $\tan \theta = \frac{1}{7}$  を満足する

方向、加速度と反対向きに直線の軌道

(2)  $QR = l$  とすると

$$\frac{l}{2.8} = \tan \theta = \frac{1}{7} \quad \therefore l = 0.40 \text{ m} \quad \text{答}$$

34. 台車上で見たとき、台車とおもりにはたらく力は、慣性の力を含めて下図の通り。  
( $N$ は台車とおもりが及ぼし合う力。)



台車の見かけのつりあいの式は

$$2T = N + Ma$$

おもりの水平方向の見かけのつりあいは

$$N = ma$$

鉛直方向の相対加速度を  $a'$  とすると

$$ma' = mg - T$$

ところで、 $a' = 2a$ であるから、この4つの式を解いて

$$a' = \frac{4mg}{5m + M}$$

求める時間を  $t$  とすると

$$\frac{1}{2} a' t^2 = h \quad \therefore t = \sqrt{\frac{(5m + M)h}{2mg}} \quad \text{答}$$

### 第3章 運動量の保存

35. (1) 求める速さを  $v$  [m/s] とすると

$$v \times 4.0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4.0^2 = 0$$

$$\therefore v = 20 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

- (2) 力積を  $\vec{I}$  [N·s]

$$\text{とすると}$$

$$\vec{I} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

よって,

$$I = m\sqrt{v_0^2 + v^2}$$

$$= 0.14 \times \sqrt{30^2 + 20^2}$$

$$= 0.14 \times 36 = 5.0 \text{ N} \cdot \text{s} \quad \text{答}$$

- (3)  $F-t$  グラフが  $t$  軸と囲む面積が力積を表すから

$$F_0 \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} = 5.0$$

$$\therefore F_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ N} \quad \text{答}$$

36. (1) ひょうの質量を  $m$  [kg] とすると

$$m = \frac{4}{3} \pi \times (3 \times 10^{-3})^3 \times 0.80 \times 10^3$$

$$= 9.0 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

直前の運動量の大きさ

$$= 9.0 \times 10^{-5} \times 20 = 1.8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

答

直後の運動量の大きさ

$$= 9.0 \times 10^{-5} \times 5.0 = 4.5 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

答

- (2) 力積の大きさ

$$= \{4.5 - (-1.8)\} \times 10^{-4} = 2.25 \times 10^{-3}$$

$$\text{答 } 2.3 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}$$

- (3) 25粒が及ぼす力積は

$$2.25 \times 10^{-3} \times 25$$

$$= 5.6 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

これは1秒間の力積だから、平均の力は

$$5.6 \times 10^{-2} \text{ N} \quad \text{答}$$

37. (1) 小球が板に当たるときの速さは

$$v = \sqrt{2 \times 0.9 \times 9.8} = 4.2 \text{ m/s}$$

小球が板から受ける力積は

$$I = 0.010 \times \{4.2 - (-4.2)\}$$

$$= 0.084 \text{ N} \cdot \text{s}$$

作用・反作用の法則によって、板が小球から受ける力積も  $0.084 \text{ N} \cdot \text{s}$  答

- (2) 小球を落としてから板に当たるまでの時間と当たってから最高点までの時間は等しく

$$\sqrt{\frac{2 \times 0.9}{9.8}} = \frac{3}{7} \text{ s} \text{ であるから}$$

$$\text{求める時間} = \frac{3}{7} \times 2 = 0.86 \text{ s} \quad \text{答}$$

- (3) 1つの小球は1秒間に  $\frac{7}{6}$  回の割合で

板に当たるから、100個の球では1分間に

$$\frac{7}{6} \times 100 \times 60 = 7.0 \times 10^3 \text{ 個} \quad \text{答}$$

- (4) 板が1分間に受ける力積

$$= 0.084 \times 7.0 \times 10^3 = 588$$

$$\text{答 } 5.9 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{s}$$

- (5) 平均の力 =  $\frac{588}{60} = 9.8 \text{ N}$  答

$$\text{平均の圧力} = \frac{9.8}{1.0} = 9.8 \text{ N/m}^2 \quad \text{答}$$

38. 衝突前の速さを  $v$  とすると、衝突後の

速さは  $\frac{v}{3}$  である。れんがの質量を  $m$  [kg]

とすると

$$1.0 \cdot v = (1.0 + 1.0 + m) \cdot \frac{v}{3}$$

$$\therefore m = 1.0 \text{ kg} \quad \text{答}$$

39. Aの速度を  $V'$  とすると、Bの速度は  $V' - v$  であるから

$$MV = mV' + (M - m)(V' - v)$$

$$\therefore V' = V + \frac{M - m}{M} v \quad \text{答}$$

40. Aを落としてから当たるまでの時間は

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2} g t^2 \text{ から } t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Bの初速度を  $v_0$  とすると

$$v_0\sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{h}{g} = \frac{h}{2}$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{gh}$$

衝突直前の各球の速度を  $v_A$ ,  $v_B$  とすると

$$v_A = gt = g\sqrt{\frac{h}{g}} = \sqrt{gh}$$

$$v_B = \sqrt{gh} - gt = 0$$

衝突直後の速度を  $v$  とすると

$$mv_A + mv_B = 2mv$$

から  $v = \frac{v_A}{2} = \frac{\sqrt{gh}}{2}$  (鉛直下向き) 罫

41. 東向きに  $x$  軸, 北向きに  $y$  軸をとり, Cの速度の  $x$ ,  $y$  成分を  $v_x$ ,  $v_y$  [m/s] とすると

$$-2 \times 2 + 1v_x = 0 \quad \therefore v_x = 4 \text{ m/s}$$

$$3 \times 1 + 1v_y = 0 \quad \therefore v_y = -3 \text{ m/s}$$

Cの速さを  $v$  [m/s] とすると

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5$$

速度の向きが  $x$  軸となす角を  $\theta$  とすると

$$\tan \theta = \frac{3}{4} = 0.75$$

罫 東から南へ  $\tan \theta = 0.75$  を満足する角  $\theta$  の方向へ速さ 5.0 m/s

42. (1) 投げてから当たるまでの時間は

$$\frac{1}{2}gt^2 = \frac{h}{2} \quad \text{から} \quad t = \sqrt{\frac{h}{g}} \text{ [s]}$$

Aの初速度を  $v_0$  [m/s] とすると

$$v_0t = l \quad \text{から} \quad v_0 = l\sqrt{\frac{g}{h}} \text{ [m/s]} \quad \text{罫}$$

- (2) 当たる直前のAの速度の鉛直成分とBの速度は等しく,  $v$  [m/s] とすると

$$v = gt = \sqrt{gh} \text{ [m/s]}$$

2球の質量を  $m$  [kg], 衝突直後の速度の水平, 鉛直成分を  $v_x$ ,  $v_y$  [m/s] とすると

$$mv_0 = 2mv_x$$

$$\therefore v_x = \frac{v_0}{2} = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \text{ [m/s]} \quad \text{罫}$$

$$2mv = 2mv_y$$

$$\therefore v_y = v = \sqrt{gh} \text{ [m/s]} \quad \text{罫}$$

- (3) 速度の鉛直成分は衝突前後で変化しないから, はじめに落としたときから地面に

当たるまでの時間を  $t'$  [s] とすると

$$h = \frac{1}{2}gt'^2$$

$$\therefore t' = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

したがって, 求める時間  $t''$  は

$$t'' = t' - t = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{\frac{h}{g}} \text{ [s]} \quad \text{罫}$$

- (4) (2)の  $v_x$  と (3)の  $t''$  から

$$SR = v_x t'' = \frac{\sqrt{2}-1}{2} l \text{ [m]} \quad \text{罫}$$

43. Aを投げてから地面に当たるまでの時間は  $\frac{3}{7}$  s. Aの初速度を  $v_0$  [m/s] とすると

$$v_0 \times \frac{3}{7} = 1.5 \quad \therefore v_0 = 3.5 \text{ m/s}$$

衝突直後のBの速度の成分を  $v_x$ ,  $v_y$  [m/s] とすると

$$v_x \times \frac{3}{7} = 0.48 \quad \text{から} \quad v_x = 1.12 \text{ m/s}$$

$$v_y \times \frac{3}{7} = 0.36 \quad \text{から} \quad v_y = 0.84 \text{ m/s}$$

衝突直後のAの速度の成分を  $u_x$ ,  $u_y$  [m/s] とし, 落下点の座標を  $x$ ,  $y$  [m] とすると, まず運動量の保存により

$$0.1 \times 3.5 = 0.1u_x + 0.2 \times 1.12$$

$$\therefore u_x = 1.26 \text{ m/s}$$

$$x = 1.26 \times \frac{3}{7} = 0.54 \text{ m} \quad \text{罫}$$

また  $0 = 0.1u_y + 0.2 \times 0.84$

$$\therefore u_y = -1.68 \text{ m/s}$$

$$y = -1.68 \times \frac{3}{7} = -0.72 \text{ m} \quad \text{罫}$$

44. 任意の点を原点, 人の移動方向に  $x$  軸をとり, 初めの人と台の重心の座標をそれぞれ  $x_1$ ,  $x_2$ , 全体の重心の座標を  $x_G$  とすると

$$x_G = \frac{50x_1 + 20x_2}{50 + 20}$$

人が右に到達したとき台が左へ  $d$  [m] 移動したとすると, このときの人, 台の重心の座標は  $x_1 + 3.5 - d$ ,  $x_2 - d$  となる.

全体の重心は動かないから

$$x_G = \frac{50(x_1 + 3.5 - d) + 20(x_2 - d)}{50 + 20}$$

この2式から

$$d = \frac{50 \times 3.5}{50 + 20} = 2.5 \text{ m} \quad \text{答}$$

45. **〔運動量保存を利用する解法〕**

爆発してから落ちるまでの時間  $t$  は

$$250 = \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \text{ から } t = \frac{50}{7} \text{ s}$$

水平方向東向きに  $x$  軸、北向きに  $y$  軸をとり、爆発直後の A、B の速度成分をそれぞれ  $u_x, u_y; v_x, v_y$  [m/s] とする。

$$u_x \times \frac{50}{7} = 700 \text{ から } u_x = 98 \text{ m/s}$$

$$u_y \times \frac{50}{7} = -100 \text{ から } u_y = -14 \text{ m/s}$$

B の質量を  $m$  [kg] とすると

$$3m \times 70 = 2m \times 98 + mv_x$$

$$\therefore v_x = 14 \text{ m/s}$$

$$0 = 2m \times (-14) + mv_y$$

$$\therefore v_y = 28 \text{ m/s}$$

B の落下点の座標を  $x, y$  [m] とすると

$$x = v_x t = 14 \times \frac{50}{7} = 100 \text{ m}$$

$$y = v_y t = 28 \times \frac{50}{7} = 200 \text{ m}$$

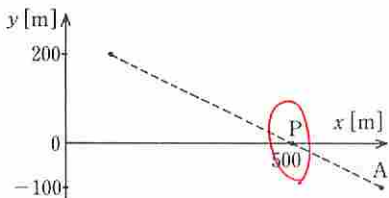
答 O の東 100 m, 北 200 m

**〔重心の運動を利用する解法〕**

爆発しないで推進力を失ったとすると

$$O \text{ の東方 } x_0 = 70 \times \frac{50}{7} = 500 \text{ m}$$

の点 P に落下する。水平方向には外力がはたらかないから、A、B が地面に当たる瞬間の重心の座標は  $x_0$  のはずである。



$$x_0 = \frac{2m \times 700 + mx}{2m + m} = 500$$

$$\therefore x = 100 \text{ m}$$

$$\frac{2m \times (-100) + my}{2m + m} = 0$$

$$\therefore y = 200 \text{ m}$$

46. (1) 初めの A の速度を正の向きにとり、衝突後の B の速度を  $v$  [m/s] とすると、運動量の保存により

$$0.1 \times 4 + 0.2 \times (-1)$$

$$= 0.1 \times (-2) + 0.2v$$

$$\therefore v = 2.0 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(2) はねかえりの係数を  $e$  とすると

$$e = \frac{2 - (-2)}{-1 - 4} = 0.80 \quad \text{答}$$

47. (1) 飛び出してから床に当たるまでの時間を  $t$  [s] とすると

$$\frac{1}{2} \times 9.8t^2 = 0.90 \text{ から } t = \frac{3}{7} \text{ s}$$

衝突直後の A、B の速度を  $v_1, v_2$  [m/s] とすると

$$v_1 \times \frac{3}{7} = 0.3 \text{ から } v_1 = 0.70 \text{ m/s}$$

$$v_2 \times \frac{3}{7} = 0.9 \text{ から } v_2 = 2.1 \text{ m/s}$$

衝突直前の A の速度を  $v$  [m/s] とすると運動量の保存により

$$0.3v = 0.3 \times 0.7 + 0.1 \times 2.1$$

$$\therefore v = 1.4 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(2) はねかえりの係数を  $e$  とすると

$$e = \frac{2.1 - 0.7}{0 - 1.4} = 1 \quad \text{答}$$

48. (1) 衝突後の A、B の速度を  $v_1'$ ,  $v_2'$  とすると

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$1 = \frac{v_2' - v_1'}{-v_1}$$

が成り立つ。この2式から

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

(1) これらの分母、分子を  $m_1$  で割って

$$v_1' = \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)v_1 / \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \approx v_1 \quad \text{答}$$

$$v_2' = 2v_1 / \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \approx 2v_1 \quad \text{答}$$

(2) 同様に、分母、分子を  $m_2$  で割って

$$v_1' = \left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)v_1 / \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \approx -v_1 \quad \text{答}$$

$$v_2' = \frac{2m_1v_1}{m_2} / \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \approx 0 \quad \text{答}$$

(3)  $m_1 = m_2$  として

$$v_1' = 0, \quad v_2' = v_1 \quad \text{答}$$

49. (1) A, B の衝突後の B の速度を  $u$  とすると

$$mv = mv_1 + 2mu$$

$$e = -\frac{u - v_1}{-v}$$

この2式から

$$v_1 = \frac{1-2e}{3}v \quad \text{答}$$

$$u = \frac{1+e}{3}v$$

B と C の衝突においても同様に

$$v_2 = \frac{2-3e}{5}u = \frac{(2-3e)(1+e)}{15}v \quad \text{答}$$

$$v_3 = \frac{2(1+e)}{5}u = \frac{2(1+e)^2}{15}v \quad \text{答}$$

(2)  $v_3 > v_2$  となるから、B と C は衝突しない。A と B が衝突しないためには

$$v_2 \geq v_1$$

であればよい。

$$\frac{(2-3e)(1+e)}{15} \geq \frac{1-2e}{3}$$

すなわち、 $e^2 - 3e + 1 \leq 0$  から

$$0.38 \leq e \leq 2.62$$

$0 \leq e \leq 1$  であるから

$$0.38 \leq e \leq 1 \quad \text{答}$$

50. 小球の初速度を  $v_0$ 、その水平成分、鉛直成分を  $v_x$ 、 $v_y$  とすると Q は運動の最高点であるから

$$\frac{v_y^2}{2g} = 5 \quad \therefore v_y = 7\sqrt{2} \text{ m/s}$$

投げてから壁に当たるまでの時間は

$$v_y - gt = 0 \text{ から } t = \frac{7\sqrt{2}}{9.8} \text{ s}$$

$$v_{xt} = 10 \text{ から } v_x = \frac{10}{t} = 7\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 14 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

Q から水平方向にはねかえるから、Q から P までの時間は上の  $t$  に等しい。はね返った直後の速さを  $u$  [m/s] とすると

$$ut = 7 \text{ から } u = \frac{7}{t} = \frac{49\sqrt{2}}{10} \text{ m/s}$$

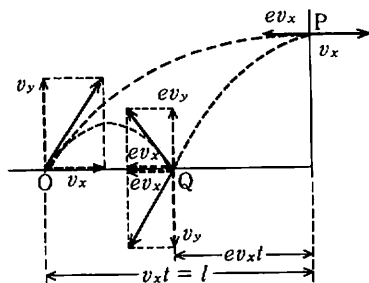
$$\therefore e = \frac{u}{|v_x|} = 0.70 \quad \text{答}$$

51. 初速度の水平、鉛直成分を  $v_x$ 、 $v_y$  とし、O から P までの時間を  $l$  とすると

$$v_{xt} = l \text{ から } t = \frac{l}{v_x}$$

P は軌道の最高点であるから

$$v_y - gt = 0 \quad \therefore v_y = gt = \frac{gl}{v_x}$$



P ではね返った後の速さは  $ev_x$  で、P から Q までの時間も  $t$  であるから、P と Q の間の水平距離は  $ev_x t$  である。Q に当たる直前の速度の水平成分は  $ev_x$ 、鉛直成分は  $v_y$  であるから、直後の速度の水平成分は  $ev_x$ 、鉛直成分は  $ev_y$  である。Q から O までの時間を  $t'$  とすると

$$ev_x t' - \frac{1}{2}gt'^2 = 0 \text{ から } t' = \frac{2ev_y}{g}$$

したがって

$$QO = ev_x t' = ev_x \cdot \frac{2e}{g} \cdot \frac{gl}{v_x} = 2e^2 l$$

題意によって

$$evx + 2e^2 = 1$$

$v_x = 1$ であるから、これを代入して

$$2e^2 + e - 1 = 0$$

$$e > 0 \text{ を考慮して } e = 0.5$$

答



## 第4章 仕事と力学的エネルギー

52. (1) 重力が  $\frac{1}{6}$  になっているから、

岩石を地上で測ると 18kgw になるはずである。したがって、質量は 18kg 〇

(2) 仕事を  $W$  [J] とすると

$$W = 3.0 \times 9.8 \times 2.5 = 74 \text{ J} \quad \text{答}$$

53. 重力の斜面方向の成分は

$$5g \sin 30^\circ = 24.5 \text{ N}$$

等速度であるから物体にはたらく力はつりあっており、運動摩擦力も 24.5 N

重力がした仕事 =  $24.5 \times 4.0 = 98 \text{ J}$  〇

垂直抗力がした仕事 = 0 〇

摩擦力がした仕事 =  $-98 \text{ J}$  答

54. ひもを引く力を  $T$  [N] とすると

$$2T = mg \text{ から } T = \frac{1}{2} mg \text{ [N]}$$

物体を  $h$  [m] だけ引き上げるためには、ひもを  $2h$  [m] 引き寄せなければならない。

∴ 求める仕事 =  $\frac{1}{2} mg \cdot 2h = mgh$  [J] 〇

(これは直接に  $h$  [m] だけ引き上げるのに必要な仕事に等しい。)

55. バスにはたらく重力の斜面方向の成分

$$= 8.0 \times 10^3 \times 9.8 \times 0.10 = 7.84 \times 10^3 \text{ N}$$

垂直抗力 =  $8.0 \times 10^3 \times 9.8 \times 1.0$

$$= 7.84 \times 10^4 \text{ N}$$

摩擦力 =  $7.84 \times 10^3 \times 0.40 = 3.14 \times 10^4 \text{ N}$

等速度運動で力はずりあっているから

$$\text{推進力} = 7.84 \times 10^3 + 3.14 \times 10^4$$

$$= 3.92 \times 10^4 \text{ N}$$

したがって

$$\text{仕事率} = \text{推進力} \times \text{速さ} = 3.92 \times 10^4 \times 20$$

$$= 7.8 \times 10^5 \text{ W} \quad \text{答}$$

56. 加えた力のした仕事を  $W$  [J] とする

と

$$W = \frac{1}{2} \times 3.0 \times 4.0^2 = 24 \text{ J}$$

$$\text{平均の仕事率} = \frac{24}{3} = 8.0 \text{ W} \quad \text{答}$$

$$57. K = \frac{1}{2} \times 5.0 \times 10^5 \times (3.0 \times 10^2)^2$$

$$= 2.3 \times 10^{10} \text{ J} \quad \text{答}$$

$$U = 5.0 \times 10^5 \times 9.8 \times 5.0 \times 10^3$$

$$= 2.5 \times 10^{10} \text{ J} \quad \text{答}$$

58. [投げた瞬間]

$$K = \frac{1}{2} \times 0.10 \times 20^2 = 20 \text{ J} \quad \text{答}$$

$$U = 0.1 \times 9.8 \times 14 = 14 \text{ J} \quad \text{答}$$

[最高点]

速さは速度の水平成分に等しいから

$$K = \frac{1}{2} \times 0.10 \times (20 \cos 30^\circ)^2 = 15 \text{ J} \quad \text{答}$$

投げた点から最高点までの高さは

$$\frac{(20 \sin 30^\circ)^2}{2 \times 9.8} = \frac{50}{9.8} \text{ m}$$

$$U = 0.1 \times 9.8 \times \left( \frac{50}{9.8} + 14 \right) = 19 \text{ J} \quad \text{答}$$

[地面に当たる直前]

地面に当たるときの速度を  $v$  [m/s], その鉛直成分を  $v_y$  [m/s] とすると

$$v_y^2 - (20 \sin 30^\circ)^2 = 2 \times (-9.8) \times (-14)$$

$$\therefore v_y^2 = 374 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v^2 = (20 \cos 30^\circ)^2 + 374 = 674 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

であるから

$$K = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 674 = 34 \text{ J} \quad \text{答}$$

$$U = 0 \quad \text{答}$$

59. (1) A の弾性定数を  $k_A$  [N/m] とすると

$$2.0 = k_A \times 0.10 \text{ から } k_A = 20 \text{ N/m} \quad \text{答}$$

B の弾性定数を  $k_B$  [N/m] とする。  $x$  が

0.20 m のとき、B の伸びは 0.10 m だから

$$k_A \times 0.20 + k_B \times 0.10 = 5.0$$

$k_A$  の値をこれに代入して

$$k_B = 10 \text{ N/m} \quad \text{答}$$

- (2) 全エネルギーを
- $U$
- [J] とすると

$$U = \frac{1}{2}(20 \times 0.20^2 + 10 \times 0.10^2)$$

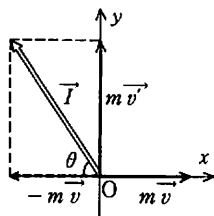
$$= 0.45 \text{ J}$$

答

60. (1) 力積

の大きさを  $I$  [N] とし、 $\vec{I}$  が  $x$  軸の負の向きとなす角を  $\theta$  とする。

$$\vec{I} = m\vec{v}' - m\vec{v}$$



で、右上の図の関係が成り立っているから

$$I = m\sqrt{v'^2 + v^2}$$

$$= 0.20\sqrt{6.0^2 + 8.0^2} = 2.0 \text{ N} \cdot \text{s}$$

答

- (2) エネルギーの原理によって、仕事は

$$\frac{1}{2} \times 0.20 \times (8.0^2 - 6.0^2) = 2.8 \text{ J}$$

答

61. (1) 力積を
- $I$
- [N·s] とすると

$$I = 0.14 \times (25 - (-35)) = 8.4 \text{ N} \cdot \text{s}$$

答

- (2) 仕事を
- $W$
- [J] とすると

$$W = \frac{1}{2} \times 0.14 \times (25^2 - 35^2) = -42 \text{ J}$$

答

62. 初め、最下点から
- $l(1 - \cos \theta)$
- の高さにあったから、求める速さを
- $v$
- とすると

$$mgl(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore v = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta)} \text{ [m/s]}$$

答

63. BからCまでの時間を
- $t$
- とすると

$$\frac{1}{2}gt^2 = H \text{ から } t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ [s]}$$

Bを通るとき速さは前問から  $\sqrt{2gh}$

$$\therefore l = \sqrt{2gh} \times \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2\sqrt{hH}$$

答

64. (1) 求める速さを
- $v_0$
- [m/s] とすると

$$\frac{1}{2} \times 49 \times 0.020^2 = \frac{1}{2} \times 0.010 v_0^2$$

$$\text{これから } v_0 = 1.4 \text{ m/s}$$

答

求める高さを  $h$  [m] とすると

$$\frac{1}{2} \times 0.010 \times 1.4^2 = 0.010 \times 9.8h$$

$$\text{これから } h = 0.10 \text{ m}$$

答

- (2) (1)から、
- $h$
- はばねの縮みの量の2乗

に比例する。したがって、 $h$  を4倍にするためには、縮みを2倍にすればよい。

答 0.040 m

- (3) 求める速さを
- $v$
- [m/s] とすると

$$\frac{1}{2} \times 49 \times 0.06^2$$

$$= 0.010 \times 9.8 \times 0.40 + \frac{1}{2} \times 0.010 v^2$$

$$\text{これから } v^2 = 9.8 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v = 3.1 \text{ m/s}$$

答

Aから最高点までの高さは

$$\frac{(v \sin 30^\circ)^2}{2g} = \frac{9.8 \times 1}{2 \times 9.8 \times 4} = 0.125 \text{ m}$$

$$\therefore h = 0.40 + 0.13 = 0.53 \text{ m}$$

答

65. (1) ばねの弾性定数を
- $k$
- とすると、

つりあいの位置において

$$(m+M)g = kx_0$$

が成り立つ。例題の【研究】のように、つりあいのときのばねの長さを自然の長さとし、座標  $x$  を通る点における速さを  $v$  とすると

$$\frac{1}{2}k(2x_0)^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(m+M)v^2$$

これにつりあいの条件を代入して

$$v = \sqrt{\frac{(4x_0^2 - x^2)g}{x_0}}$$

答

- (2) 座標
- $x$
- の点を通るとき加速度を上向きに
- $a$
- 、板がおもりを押す力を
- $N$
- とすると

$$\text{おもり} \cdots ma = N - mg$$

$$\text{板} \cdots Ma = k(x_0 - x) - N - Mg$$

$$\text{この2式から } a = \frac{k(x_0 - x)}{m+M} - g$$

これをおもりの運動方程式に入れて

$$N = \frac{mk(x_0 - x)}{m+M}$$

$N = 0$  のとき、おもりは板から離れる。

このとき  $x = x_0$

答

(板の質量を考慮に入れる場合でも入れない場合でも、おもりが板から離れるのは、ばねの自然の長さの位置である。)

- (3) (1)の結果で
- $x = x_0$
- とすると

$$v = \sqrt{3gx_0} \quad \text{答}$$

(4) 最高点の位置  $= x_0 + \frac{v^2}{2g} = \frac{5}{2}x_0$  答

66. (1) 糸が鉛直になった瞬間のおもりの速度(右向き)を  $v$ , 台車の速度(左向き)を  $V$  とすると, 運動量の保存により

$$mv - MV = 0$$

力学的エネルギーも保存されるから

$$mgl(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

この2式から

$$V = \sqrt{\frac{2m^2gl(1 - \cos \theta)}{M(M+m)}} \quad \text{答}$$

(台は糸が点Oで引いている力の水平成分によって左向きに加速される.)

(2) おもりの台に対する水平方向の移動距離は  $l \sin \theta$  であるから, 台の移動距離を  $x$  とすると, 例題29から

$$x = \frac{ml \sin \theta}{M+m} \quad \text{答}$$

67. (1) ばねの重心から見て, ばねが最も縮んだときはAもBもばねに対する相対速度が0になる.

したがって, AとBの速度は等しい. 答

(2) 求めるA(およびB)の速度を  $v'$  とすると, 運動量の保存によって

$$mv = (m+M)v'$$

$$\therefore v' = \frac{mv}{m+M} \quad \text{答}$$

(3) 最大の縮みの量を  $x_0$  [m] とすると

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m+M)v'^2 + \frac{1}{2}kx_0^2$$

これに(2)の結果を代入して

$$\therefore x_0 = \sqrt{\frac{mM}{k(m+M)}} \cdot v \quad \text{答}$$

(4) Bが離れた後のA, Bの速度を  $v'$ ,  $V'$  とすると, 運動量の保存によって

$$mv = mv' + MV' \quad \text{……①}$$

力学的エネルギーの保存によって

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2 \quad \text{……②}$$

$$\text{①から } v' = v - \frac{M}{m}V'$$

これを②に入れて解くと

$$V' = \frac{2mv}{m+M} \quad \text{答} \quad (0 \text{ は不適})$$

68. (1) Bの速度を  $V$  とすると, Aの速度は  $V-u$  である. 運動量の保存により

$$(m+M)v = (m+M)(V-u) + mv$$

$$\therefore V = v + \frac{m+M}{2m+M}u \quad \text{答}$$

(2) 分離後のAの速度は

$$V-u = v - \frac{m}{2m+M}u$$

求めるエネルギーを  $U$  とすると

$$U = \frac{1}{2}(m+M)(V-u)^2 + \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}(2m+M)v^2$$

これに  $V, V-u$  の式を入れて

$$U = \frac{m(m+M)}{2(2m+M)}u^2 \quad \text{答}$$

69. (1) 東向きに  $x$  軸, 北向きに  $y$  軸をとり, Cの速度の成分を  $v_x, v_y$ , Cの質量を  $m$  とすると, 運動量の保存により

$$\begin{cases} 3mv - 2m \cdot 2v \cos 45^\circ + mv_x = 0 \\ 2m \cdot 2v \sin 45^\circ + mv_y = 0 \end{cases}$$

が成り立つ, これから

$$v_x = (2\sqrt{2}-3)v, \quad v_y = -2\sqrt{2}v$$

Cの速さを  $V$ ,  $\vec{V}$  が  $x$  軸となす角を  $\theta$  とすると

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25-12\sqrt{2}}v$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = 6\sqrt{2}+8$$

答 東西の方向から  $\tan \theta = 6\sqrt{2}+8$  を満足する角  $\theta$  の南西の方向

速さ  $\sqrt{25-12\sqrt{2}}v$

(2) 火薬のエネルギーを  $E$  とすると

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \cdot 3mv^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m(2v)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}m(25-12\sqrt{2})v^2 \\ &= (18-6\sqrt{2})mv^2 \end{aligned}$$

$6m = M$  であるから

$$E = (3 - \sqrt{2})Mv^2 \quad \text{答}$$

70. 求める速さを  $v$  とする。運動摩擦力は  $-\mu mg$  であるから

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 - \mu mgx$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{kx^2 - 2\mu mgx}{m}} \quad \text{答}$$

71. (1) 最大摩擦力でつりあっていると  
き

$$mg \sin \theta = \mu mg \cos \theta$$

が成り立つから、滑り出すためには

$$\theta > \tan^{-1} \mu \quad \text{答}$$

- (2) 伸びを  $x$  とすると

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgx \sin \theta - \mu' mgx \cos \theta$$

$$\therefore x = \frac{2mg(\sin \theta - \mu' \cos \theta)}{k} \quad \text{答}$$

- (3) 引き返すためには

$$kx > mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta$$

(2)の結果を代入して

$$2(\sin \theta - \mu' \cos \theta) > \sin \theta + \mu \cos \theta$$

これを解いて

$$\theta > \tan^{-1}(2\mu' + \mu) \quad \text{答}$$

72. (1) Aの質量を  $m$ 、衝突前の速度を  $v_0$  とし、衝突後のA、Bの速度を  $v$ 、 $V$  とすると

$$mv_0 = mv + 2mV$$

$$1 = \frac{V - v}{-v_0}$$

が成り立つ。これから

$$v = -\frac{1}{3}v_0, \quad V = \frac{2}{3}v_0$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mV^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

答 1倍

- (2) 一体となった速度を  $u$  とすると

$$mv_0 = 3mu \quad \therefore u = \frac{1}{3}v_0$$

$$\therefore \frac{1}{2}(m+2m)u^2 = \frac{1}{6}mv_0^2 \quad \text{答 } \frac{1}{3} \text{倍}$$

73. (1) BとCが一体になった直後の速さを  $v$  とすると

$$\frac{1}{2} \cdot 5mv^2 = 5mgh \quad \therefore v = \sqrt{2gh}$$

BがCの中に入る前の速度を  $u$  とすると

$$2mu = 5mv$$

$$\therefore u = \frac{5}{2}v = \frac{5\sqrt{2gh}}{2} \quad \text{答}$$

- (2) 分離後のAの速度を  $u'$  とすると

$$mu' + 2mu = 0$$

$$\therefore u' = -2u = -5\sqrt{2gh}$$

$$\therefore \frac{1}{2}mu'^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mu^2 = \frac{75}{2}mgh \quad \text{答}$$

## 第5章 円運動と万有引力による運動

74. (1) 自然の長さを  $r$  [m], ばね定数を  $k$  [N/m] とすると, 2つの場合について

$$k(0.24-r) = 0.10 \times 0.24 \times (2\pi \times 1.0)^2$$

$$k(0.33-r) = 0.10 \times 0.33 \times (2\pi \times 2.0)^2$$

が成り立つ。2式を辺々割り算をして

$$\frac{0.24-r}{0.33-r} = \frac{0.24}{0.33 \times 4}$$

これを解いて  $r = 0.22$  m 答

$r$  の値を第1式に代入して

$$k \times 0.02 = 0.10 \times 0.24 \times 40$$

$\therefore k = 48$  N/m 答

(2) ばねの長さが  $r'$  [m] になるとすると

$$48(r'-0.22) = 0.1r' \times (2\pi \times 3)^2$$

$\pi^2 = 10$  を代入して解いて

$$r' = 0.88$$
 m 答

75. (1) 円板上で観察していると, 摩擦力と遠心力がつりあっている。したがって, 摩擦力の向きは, P→O の向き 答

(摩擦力が向心力の役目をしている。)

(2) (1) から  $\mu mg = mr\omega^2$

$$\therefore \mu = \frac{r\omega^2}{g}$$
 答

(3) (2) の式で  $\mu mg$  は一定であるから,  $r$  は  $\omega^2$  に反比例する。したがって, 速くに置くほうが小さい角速度で滑る。 答

(4) 滑る前は円板と共に回っていたのだから, 速度の向きは接線方向。したがって, 床に対しては P→T の向き。また, 摩擦力は P→O の向きだから, 円板に対して滑り出した速度の向きは P→Q の向き。 答

76. (1) 前問と同様に  $\mu mg = mr\omega^2$  が成り立つから

$$\mu = \frac{r\omega^2}{g} = \frac{0.12 \times 7.0^2}{9.8} = 0.60$$
 答

(2) (ア) 限界の角速度を  $\omega_1$  [rad/s] とすると, 摩擦力は中心向きにはたらくから

$$kx + \mu mg = mr\omega_1^2$$

すなわち

$$10(0.20-0.12) + 0.60 \times 0.10 \times 9.8 = 0.1 \times 0.2 \omega_1^2$$

が成り立つ。これを解いて

$$\omega_1 = 8.3$$
 rad/s 答

(イ) 限界の角速度を  $\omega_2$  [rad/s] とすると, 摩擦力は中心から遠ざかる向きにはたらく。

$$kx = \mu mg + mr\omega_2^2$$

が成り立つ。同様に, 数値を入れて

$$\omega_2 = 3.3$$
 rad/s 答

(3) 物体を中心から  $r$  [m] の所に置いたとき, 前問の(イ)の場合について

$$10(r-0.12) + 0.6 \times 0.1 \times 9.8 = 0.1r\omega^2$$

これを  $r$  について解くと

$$r = \frac{0.612}{10 - 0.1\omega^2}$$

$r > 0$  でなければならないから

限界の  $\omega$  の値 = 10 rad/s 答

77. (1) 小球の質量を  $m$  [kg], 速さを  $v$  [m/s], 糸の張力を  $P$  [N], 糸の長さを  $l$  [m] とし, 例題48と同様に水平方向, 鉛直方向のつりあいの式をつくると

$$\begin{cases} P \sin \theta = \frac{mv^2}{l \sin \theta} \\ P \cos \theta = mg \end{cases}$$

$\sin \theta = 0.80$ ,  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  であるから

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{gl \sin \theta \tan \theta} \\ &= \sqrt{9.8 \times 0.48 \times 0.8 \times \frac{4}{3}} \\ &= 2.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$
 答

(2) (1) の第2式から

$$P = \frac{mg}{\cos \theta} \text{ [N]} = \frac{0.12}{0.6} = 0.20 \text{ kgw}$$
 答

(3) 周期を  $T$  [s] とすると

$$T = \frac{2\pi \cdot l \sin \theta}{v} = \frac{2\pi \times 0.48 \times 0.80}{2.2} = 1.1 \text{ s} \quad \text{答}$$

- (4) 自然の長さを  $l_0$  [m] とすると、鉛直方向につりあっているとき

$$k(0.46 - l_0) = 0.12g$$

等速円運動をしているとき

$$k(0.48 - l_0) = 0.20g$$

この2式から  $l_0 = 0.43 \text{ m}$  答

78. (1) 糸が鉛直となす角を  $\theta$  とすると

$$\cos \theta = \frac{0.40}{0.80} = 0.50$$

周期を  $T$  [s] とすると、例題48から

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0.8 \times 0.5}{9.8}} = 1.3 \text{ s} \quad \text{答}$$

- (2) 切れる直前の速さを  $v$  [m/s] とすると

$$v = \sqrt{gl \sin \theta \tan \theta}$$

$$= \sqrt{9.8 \times 0.8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}} = 2.8 \sqrt{\frac{3}{2}}$$

切れてから床に当たるまでの時間は

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.4}{9.8}} = \frac{2}{7} \text{ s}$$

切れた点と床に当たった点Rとの水平距離を  $L$  [m] とすると

$$L = vt = 2.8 \sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{2}{7} = 0.4\sqrt{6} \text{ m}$$

$$\text{半径 } r = 0.8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.4\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\therefore OR = \sqrt{L^2 + r^2} = 1.2 \text{ m} \quad \text{答}$$

79. 小球には重力  $mg$ 、垂直抗力  $N$ 、遠心力  $\frac{mv^2}{r}$  がはたらき、この3力がつりあっている。水平方向、鉛直方向について

$$N \cos \theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$N \sin \theta = mg$$

ただし  $r = h \tan \theta$

この3式から  $v = \sqrt{gh}$  答

80. (1) Aを通過するために、最下点Bを通るときの速さ  $v_0$  が  $\sqrt{5gr}$  以上でなければならない。求める高さを  $h$  とすると

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \geq \frac{m}{2} \cdot 5gr$$

$$\therefore h \geq \frac{5}{2}r \quad \text{答}$$

- (2) (ア) Dでは重力の法線方向の成分と遠心力がつりあう。Dでの速さを  $v_D$  とすると

$$mg \cos \varphi = \frac{mv_D^2}{r}$$

力学的エネルギーの保存により

$$mg \cdot 2r = mg(r + r \cos \varphi) + \frac{1}{2}mv_D^2$$

この2式から  $v_D$  を消去して

$$\cos \varphi = \frac{2}{3} \quad \text{答}$$

- (イ) (ア)から  $v_D = \sqrt{\frac{2gr}{3}}$  答

- (ロ) Dにおける速度の方向が水平方向となす角は  $\varphi$  であるから、Dから最高点までの高さは

$$\frac{(v_D \sin \varphi)^2}{2g} = \frac{2gr}{2g \times 3} \times \frac{5}{9} = \frac{5r}{27}$$

Bからの高さ  $= r + r \times \frac{2}{3} + \frac{5r}{27} = \frac{50}{27}r$  答

81. (1) Bを通るときの速さを  $v$  とすると

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgr(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

垂直抗力を  $N$  とすると

$$N + \frac{mv^2}{r} = mg \cos \theta$$

この2式から  $v$  を消去して

$$N = mg(3 \cos \theta - 2) - \frac{mv_0^2}{r} \quad \text{答}$$

- (2)  $\theta = \varphi$  のとき  $N = 0$  となるから

$$\cos \varphi = \frac{v_0^2 + 2gr}{3gr} \quad \text{答}$$

- (3) (2)の式で  $v_0 = 0$  として

$$\cos \varphi = \frac{2}{3} \quad \text{答}$$

- (4) (2)の式で  $\varphi = 0$  として

$$v_0 = \sqrt{gr} \quad \text{答}$$

82. (1) 求める速さを  $v$  とすると

$$\frac{mv^2}{r} = mg \cos \theta = \frac{5}{6} mg$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{5gr}{6}} \quad \text{答}$$

(2) 求める速さを  $v_0$  とすると

$$\frac{1}{2} mv_0^2 + mgr(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{\frac{gr}{2}} \quad \text{答}$$

(3) P の初速度を  $V_0$ 、衝突後の速度を  $V$  とすると

$$\begin{cases} MV_0 = MV + mv_0 \\ 1 = -\frac{v_0 - V}{-V_0} \end{cases}$$

この2式から

$$V_0 = \frac{M+m}{2M} v_0 = \frac{M+m}{2M} \sqrt{\frac{gr}{2}} \quad \text{答}$$

83. はねとばされた直後の A、B の速度を  $v$ 、 $V$  とすると、 $V$  は  $\sqrt{5gl}$  以上でなければならない。

$$mv_0 = mv + mV$$

$$e = \frac{V - v}{-v_0}$$

の2式から

$$v_0 = \frac{2}{1+e} V = \frac{2}{1+e} \sqrt{5gl}$$

したがって、 $\frac{2}{1+e} \sqrt{5gl}$  以上。 答

84.  $v_0$  の水平成分は一定だから、A から B までの時間を  $T$  とすると

$$v_0 \cos \theta \cdot T = 2\pi r$$

$$\text{また、} v_0 \sin \theta \cdot T - \frac{1}{2} g T^2 = h$$

$$v_0 \sin \theta - g T = 0$$

この3式から

$$v_0 \sin \theta = \sqrt{2gh}, \quad v_0 \cos \theta = 2\pi r \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

この2式から

$$v_0 = \sqrt{2g \left( h + \frac{\pi^2 r^2}{h} \right)} \quad \text{答}$$

$$\tan \theta = \frac{h}{\pi r} \quad \text{答}$$

85. 面積速度が一定であるから

$$\frac{1}{2} r v = \frac{1}{2} R V \quad \therefore r v = R V \quad \text{答}$$

86. 土星の軌道の半長軸が地球の軌道の半長軸  $a$  の  $x$  倍であるとすると

$$\frac{1^2}{a^3} = \frac{29.5^2}{(xa)^3} \quad \therefore x = 29.5^{\frac{2}{3}} = 9.54 \text{ 倍} \quad \text{答}$$

87. 地球の質量を  $M$ 、半径を  $R$  とすると、地表面の質量  $m$  の物体について

$$mg = G \frac{Mm}{R^2} \quad \therefore g = \frac{GM}{R^2}$$

月の質量を  $M_L$ 、半径を  $R_L$ 、月面上での重力加速度を  $g_L$  とすると、月面上の質量  $m$  の物体について、同様に

$$m g_L = G \frac{M_L m}{R_L^2} \quad \therefore g_L = \frac{GM_L}{R_L^2}$$

この2式から

$$\begin{aligned} \frac{g_L}{g} &= \frac{M_L}{M} \cdot \left( \frac{R}{R_L} \right)^2 = 0.0123 \times \left( \frac{1}{0.272} \right)^2 \\ &= 0.166 \approx \frac{1}{6} \text{ 倍} \quad \text{答} \end{aligned}$$

88. 速さを  $v_1$  とすると、重力と遠心力が釣りあっていけばよいから

$$mg = \frac{mv_1^2}{R}$$

$$\begin{aligned} \therefore v_1 &= \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} \\ &= 7.9 \times 10^3 \text{ m/s} \\ &= 7.9 \text{ km/s} \quad \text{答} \end{aligned}$$

89. 地表面からの高さを  $h$ 、周期を  $T$  とすると

$$\frac{GMm}{(R+h)^2} = m(R+h) \cdot \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2$$

この式に  $GM = gR^2$  を代入して

$$h = \sqrt[3]{\frac{gR^2 T^2}{4\pi^2}} - R$$

$$g = 9.8, \quad R = 6.4 \times 10^6, \quad T = 8.6 \times 10^4$$

をこの式に代入して

$$h = 3.6 \times 10^7 \text{ m} = 3.6 \times 10^4 \text{ km} \quad \text{答}$$

90. 太陽の質量を  $M_s$ 、地球の質量を  $M$  とすると、地球の運動について

$$G \frac{M_s M}{R_s^2} = M R_s \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2$$

月の質量を  $M_L$  とすると、月の運動について

$$G \frac{M M_L}{r^2} = M_L r \left( \frac{2\pi}{l} \right)^2$$

この2式から

$$\begin{aligned} \frac{M_s}{M} &= \left( \frac{R_s}{r} \right)^3 \cdot \left( \frac{l}{T} \right)^2 \\ &= \left( \frac{1.50 \times 10^{11}}{3.84 \times 10^8} \right)^3 \times \left( \frac{27.3}{365} \right)^2 \end{aligned}$$

$$= 3.33 \times 10^6 \text{ 倍}$$

□

91. 初速度を  $v_2$ 、無限遠における速度を  $v$  とすると

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{G M m}{R} = \frac{1}{2} m v^2 \geq 0$$

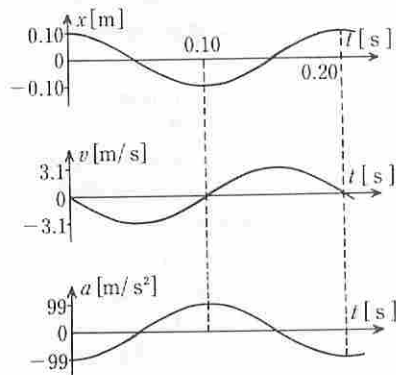
$$\begin{aligned} \therefore v_2^2 &\geq \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2gR^2}{R}} = \sqrt{2gR} \\ &= \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} \\ &= 11 \times 10^3 \text{ m/s} = 11 \text{ km/s} \end{aligned}$$

□



## 第6章 単振動

92. 公式42', 43', 44'を図示する.



93. (1)  $y = 0.20 \sin \frac{2\pi}{0.60} t$

$$= 0.20 \sin \frac{10\pi}{3} t \quad \text{答}$$

- (2) 中心を通るときの速さ
- $v_0$
- は, 振幅を半径とする同じ周期の等速円運動の速さに等しいから

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 0.20}{0.60} = 2.1 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

- (3) 周期の1/4であるから 0.15 s
- 答

- (4) BからOまでの時間は0.15 s, OからCまでの時間は

$$\frac{OA}{2} = OA \sin \frac{2\pi}{0.60} t \text{ から}$$

$$\frac{2\pi}{0.60} t = \frac{\pi}{6} \quad \therefore t = 0.050 \text{ s}$$

したがって, BからCまでの時間は

$$0.15 + 0.05 = 0.20 \text{ s} \quad \text{答}$$

94.  $v = \omega \sqrt{r^2 - x^2}$  から

$$r = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{0.050^2 + \frac{0.60^2}{(2 \times 5.0 \times \pi)^2}} = 0.054 \text{ m} \quad \text{答}$$

95. つりあいのときの伸びを
- $x_0$
- とすると

$$kx_0 = mg$$

つりあいの位置を原点, 鉛直下向きを正の

向きとし, 座標  $x$  の点における加速度を  $a$  とすると, 運動方程式は

$$ma = mg - k(x_0 + x) = -kx$$

$$\therefore a = -\frac{k}{m}x \text{ から } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ [s]} \quad \text{答}$$

(これは例題60の水平面上のばね振り子と同じである.)

96. つりあいのときの伸びを
- $x_0$
- とし, 糸の張力を
- $S_0$
- とすると

$$mg = S_0, \quad S_0 = kx_0$$

つりあいのときから  $x$  だけ伸びたときの加速度を  $a$ , 糸の張力を  $S$  とすると

$$ma = mg - S$$

$$Ma = S - k(x_0 + x)$$

以上の式から

$$a = -\frac{k}{m+M}x$$

$$\therefore \text{周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}} \text{ [s]} \quad \text{答}$$

97. (1) 2つのばねが全体として
- $x$
- だけ伸び, Aが
- $x_1$
- , Bが
- $x_2$
- 伸びているとすると

$$\text{弾性力} = k_1x_1 = k_2x_2$$

$$\therefore x_1 = \frac{k_2}{k_1+k_2}x, \quad x_2 = \frac{k_1}{k_1+k_2}x$$

したがって 弾性力 =  $\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}x$

となる. これは直列ばねの弾性定数が  $\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$  で表されることを示している. 以下, 前問96の  $k$  をこの合成した定数におきかえて

$$\text{周期 } T = 2\pi\sqrt{(m+M) \cdot \frac{k_1+k_2}{k_1k_2}} \quad \text{答}$$

- (2) ばねがいずれも
- $x$
- だけ伸びているとき, 弾性力の和は

$$k_1x + k_2x = (k_1+k_2)x$$

となる. これは並列ばねの弾性定数が  $k_1$

+ $k_2$ で表されることを示している。

$$\therefore \text{周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k_1+k_2}} \quad \text{答}$$

98. (1) ロケット内で見ると、おもりに  
は、重力、糸が引く力 $S$ 、および慣性の力  
がはたらき、この3力がつりあっている。

$$\therefore S = mg + ma = m(g+a) \text{ [N]} \quad \text{答}$$

- (2) 見かけの重力加速度 =  $g+a$

$$\therefore \text{周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} \text{ [s]} \quad \text{答}$$

99. A, Bの質量を $M, m$ 、糸の張力を $S$   
とし、座標 $x$ の点での加速度を $a$ とする。

Aが右へ動く場合の運動方程式は

$$A \cdots \cdots Ma = S - kx - \mu Mg$$

$$B \cdots \cdots ma = mg - S$$

この2式から

$$a = \frac{-kx + mg - \mu Mg}{M+m}$$

$$= -\frac{k}{M+m} \left( x - \frac{mg - \mu Mg}{k} \right)$$

これから、右へ動くときの振動の中心は

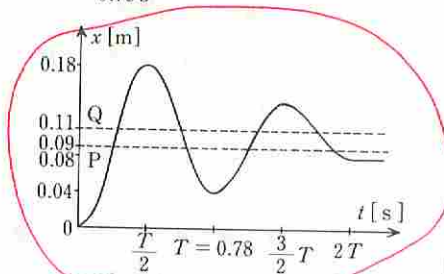
$$x_1 = \frac{mg - \mu Mg}{k} = 0.090 \text{ m}$$

同様に、左へ動くときは運動摩擦力が右向  
きにはたらくから、振動の中心は

$$x_2 = \frac{mg + \mu Mg}{k} = 0.11 \text{ m}$$

$$\text{周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.050+0.10}{9.8}}$$

$$= 0.78 \text{ s}$$



初め、右へ動くときの振動の中心Pの左  
0.09 mの点(原点)から動き出すのだから、  
Pの右0.09 m、つまり $x = 0.18 \text{ m}$ の

点まで移動する。次に、左へ動くとき、振動  
の中心Qの右0.07 mの点から動き出すの  
だから、Qの左0.07 mの点、つまり $x =$   
0.04 mの点まで動く。以下、同様に、 $x =$   
0.14 mの点まで動き、 $x = 0.08 \text{ m}$ の点ま  
で戻る。その位置では摩擦係数 $\mu$ は静止摩擦  
力である。AとBの運動方程式から $S$ を求  
めると

$$S = \frac{mkx + (1+\mu)mMg}{m+M}$$

となる。ただし、これは摩擦力を最大摩擦  
力と仮定したもので、 $\mu$ は静止摩擦係数で  
ある。この式に数値を入れると

$$S = 0.98 \text{ N}$$

となる。これはBにはたらく重力とつりあ  
うので、動き出すことはない。以上を総合  
して、グラフは左下図のようになる。

100. (1) 重力を $F$ とすると、題意によ  
り

$$F = \frac{Gm}{r^2} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

ただし、 $\rho$ は地球の密度で、

$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = M \text{ (地球の質量)}$$

である。この2式から

$$F = \frac{GMm}{R^3} \cdot r$$

これに、 $GM = gR^2$ を代入して

$$F = \frac{mg}{R} r \quad \text{答}$$

- (2)  $F$ の $x$ 成分を $F_x$ とすると

$$F_x = -F \sin \theta = -\frac{mgr}{R} \cdot \frac{x}{r} = -\frac{mg}{R} x$$

そこで、加速度を $a$ とすると

$$ma = F_x \text{ から } a = -\frac{g}{R} x \quad \text{答}$$

- (3) (2)の $a$ の式から、列車の運動は単振  
動であることがわかるから、AからBまで  
の時間は周期 $T$ の半分であるから

$$\frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{R}{g}} \quad \text{答}$$

101. (1) 全体として見ると、水平方向

には外力がはたらいていないから、全体の重心は等速度運動をする。

- (2) バネが最も伸びたとき、あるいは縮んだとき、Bは一瞬速度が0になる。この瞬間にAを放すと、Aの速度も0であるから、重心は静止したままである。
- (3) バネの自然の長さを  $l$ 、Aから重心までの長さを  $x_0$  とすると

$$x_0 = \frac{ml}{M+m}$$

(2)の状態のように、重心が静止したままA、Bが振動している場合には、Aは重心からAまでの長さのばねによって振動していると考えられる。ばねを半分に分けると同じ力による伸びは半分になるからばね定数が2倍になる。つまり、ばね定数はばねの自然の長さに反比例する。したがって、重心からAまでのばねの定数は

$$\frac{M+m}{m}k$$

あるから、振動周期は

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{\frac{M+m}{m}k}} = 2\pi \sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}} \quad \text{答}$$

(重心からBまでのばねの定数は同様にし

て  $\frac{M+m}{M}k$  であるから、Bの振動周期は

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{M+m}{M}k}} = 2\pi \sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$$

で、A、Bの振動の周期は等しい。) )

102. (1) おもりの質量を  $m$ 、板とおもりの間の摩擦力を  $F$ 、振動の周期を  $T$ 、角振動数を  $\omega$ 、振幅を  $A$  とする。振動の両端における加速度は中心向きに  $\omega^2 A$  だから、運動方程式は

$$-m\omega^2 A = -F$$

$F$  が最大摩擦力  $\mu mg$  となるのが限界で

$$A = \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{\mu g T^2}{4\pi^2} \\ = \frac{0.80 \times 9.8 \times 0.50^2}{4 \times 9.8} = 0.050 \text{ m} \quad \text{答}$$

- (2) 垂直抗力を  $N$  とすると、振動の上端で

$$-m\omega^2 A = N - mg$$

$N \geq 0$  でなければならないから、限界では

$$A = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g T^2}{4\pi^2} \\ = \frac{9.8 \times 0.5^2}{4 \times 9.8} = 0.063 \text{ m} \quad \text{答}$$

## 第7章 気体の分子運動

103. 空気の長さが  $l$  [cm] になるとすると  
 $(p_0 + 24) \times 18 = (p_0 - 24)l$

$p_0 = 76$  を上式に代入して

$$l = 35 \text{ cm} \quad \text{答}$$

104. 空気の長さが  $l$  [cm] になるとすると

$$\frac{18}{273+15} = \frac{l}{273+47}$$

$$\therefore l = 20 \text{ cm} \quad \text{答}$$

105. 求める体積を  $V_0$  [cm<sup>3</sup>] とすると

$$\frac{1 \times 10^5 \times 7.2}{273+15} = \frac{2 \times 10^5 \times V_0}{273+4}$$

$$\therefore V_0 = 3.5 \text{ cm}^3 \quad \text{答}$$

106. (ア) 状態方程式によって

$$p_0 V = n_0 R T_0 = n R T$$

$$\therefore n = \frac{T_0}{T} n_0 \quad \text{答}$$

(イ) 重力単位を用いたつりあいの式は

$$M + n m_0 = n_0 m_0$$

$$\therefore M = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) n_0 m_0 \quad \text{答}$$

(ウ) 状態方程式によって

$$v_0 = \frac{n R T}{p} = \frac{1 \times 8.3 \times 300}{1.0 \times 10^5}$$

$$= 2.5 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \quad \text{答}$$

(エ) (イ)の式を用いて

$$M = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \frac{V}{v_0} m_0$$

$$= \left(1 - \frac{300}{400}\right) \times \frac{750}{2.5 \times 10^{-2}} \times 2.9 \times 10^{-2}$$

$$= 2.2 \times 10^2 \text{ [kg]} \quad \text{答}$$

(オ) 高度  $h$  の位置で気球内の気体について

$$p_0' V = n_0' R T_0' = n' R T$$

これに(ア)の式を用いて

$$n_0' = n_0 \frac{T_0}{T_0'} \cdot \frac{p_0'}{p_0} = n_0 \frac{1+bh}{1+ah} \quad \text{答}$$

(カ) 同様に, (ア)の式から,

$$n' = n_0 \frac{T_0}{T} \cdot \frac{p_0'}{p_0} = n_0 \frac{T_0}{T} \cdot \frac{1}{1+ah} \quad \text{答}$$

(キ) つりあいの式  $M + n' m_0 = n_0' m_0$  から

$$M = (n_0' - n') m_0 = n_0 m_0 \frac{T(1+bh) - T_0}{T(1+ah)}$$

$$\therefore h = \frac{\left(1 - \frac{T_0}{T}\right) n_0 m_0 - M}{Ma - n_0 m_0 b} \quad \text{答}$$

107. (1) 水面上の

部分の高さを  $x$  [cm],

水面から容器内の水面

までの深さを  $H$  [cm]

とする。鉛の球にはた

らく浮力は  $50 \text{ gw}$  で

あるから, つりあいの

式は

$$100 + 550 = 50 + 20H$$

$$\therefore H = 30 \text{ cm}$$

容器内の空気の圧力は  $1030 + H$  [gw/cm<sup>2</sup>]

であるから, ボイルの法則によって

$$1030 \times 40 = (1030 + H)(x + H)$$

これに  $H$  の値を代入して

$$x = 8.9 \text{ cm} \quad \text{答}$$

(2) 水面から容器内の

水面までの深さを  $y$

[cm] とし, 上から加

えている力を  $F$  [gw]

とすると, つりあいの

式は

$$F + 100 + 550$$

$$= 50 + 20y$$

容器内の気体の圧力は

$1030 + y$  [gw/cm<sup>2</sup>] であるから

$$1030 \times 40 = (1030 + y) \cdot y$$

この2式から  $y$  を消去して

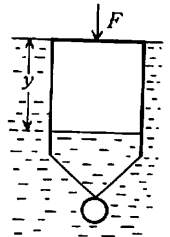
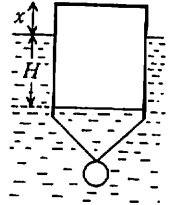
$$F = 170 \text{ gw} \quad \text{答}$$

(3) 容器内の水面から容器の上面までの高

さを  $y'$  [cm] とすると, つりあいの式は

$$100 + 550 = 50 + 20y'$$

$$\therefore y' = 30 \text{ cm}$$



外の水面から容器の上面までの深さを  $h$  [cm] とすると、ボイルの法則により

$$1030 \times 40 = (1030 + h + y')y'$$

$y'$  の値をこの式に代入して

$$h = 313 \text{ cm} \quad \text{答}$$

108. (1) 温度を  $T$  [K] とすると

$$\frac{1.0}{300} = \frac{1.2}{T} \quad \therefore T = 360 \text{ K} \quad \text{答}$$

(2) 初めの A, B 内のモル数を  $n_1, n_2$  とすると、状態方程式から

$$1 \times 3 = n_1 R \times 300$$

$$1 \times 4 = n_2 R \times 400$$

$$\therefore n_1 = n_2 (= n \text{ とする})$$

A の温度が 400 K になると、A と B 全体が一樣になっているはずであるから、B の温度も 400 K になる。このとき、A, B 内のモル数を  $n_1', n_2'$  とし、一樣な圧力を  $p$  [atm] とすると

$$p \times 3 = n_1' R \times 400$$

$$p \times 4 = n_2' R \times 400$$

$$\therefore n_1' = \frac{3}{4} n_2' = 2n \times \frac{3}{7} = \frac{6}{7} n$$

$$\therefore \frac{n_1'}{n} \times 100 = \frac{600}{7} = 86\% \quad \text{答}$$

2つの状態方程式

$$1 \times 3 = nR \times 300, \quad p \times 3 = \frac{6n}{7} R \times 400$$

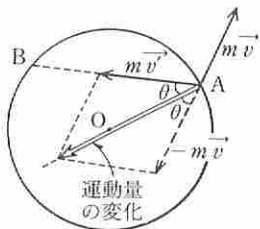
から  $p = \frac{8}{7} = 1.1 \text{ atm} \quad \text{答}$

109. (1)

衝突前後の運動量を  $m\vec{v}, m\vec{v}'$  とすると、運動量の変化は  $m\vec{v}' - m\vec{v}$  である。入射角と反射角は等しく  $v$  と  $v'$  の大きさは等しいから

$$\text{運動量の変化} = 2mv \cos \theta \quad \text{答}$$

(2) 上図から



$$AB = 2r \cos \theta$$

衝突してから次に衝突するまでの距離は常に AB に等しいから、単位時間あたりの衝突回数は  $\frac{v}{2r \cos \theta}$  答

(3) 分子が 1 回の衝突で壁に及ぼす力積は  $2mv \cos \theta$  であるから、単位時間に及ぼす力積は

$$2mv \cos \theta \times \frac{v}{2r \cos \theta} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{答}$$

(4) 全分子が単位時間に壁に及ぼす力積は  $\frac{Nmv^2}{r}$  答

これは単位時間のことであるから

$$\text{平均の力 } \bar{F} = \frac{Nmv^2}{r} \quad \text{答}$$

(5) 気体の圧力  $p = \frac{\bar{F}}{4\pi r^2} = \frac{Nmv^2}{4\pi r^3}$

$4\pi r^3 = 3V$  であるから

$$p = \frac{Nmv^2}{3V} \quad \text{答}$$

110. 分子の質量を  $m$ , 速さの 2 乗の平均値を  $\overline{v^2}$  とすると

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

容器の 1 辺を  $l$ , 1 つの面に垂直な速度成分を  $v_x$ , 1 秒間にこの面に衝突する回数を  $\nu$  とすると

$$\nu = \frac{v_x}{2l} \propto \frac{v}{l} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

圧力を  $p$ , 体積を  $V$ , 分子数を  $N$  とすると

$$p = \frac{Nm \overline{v^2}}{3V} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

(1) (ア)  $T$  を  $x$  倍にすると、①から  $v$  は  $\sqrt{x}$  倍になり、②から  $\nu$  も  $\sqrt{x}$  倍。

(イ)  $v$  が  $\sqrt{x}$  倍になると運動量も  $\sqrt{x}$  倍。

(ウ)  $v^2$  が  $x$  倍になると③から  $p$  も  $x$  倍。

(2) (ア)  $T$  が一定だから、①から  $v$  は一定。  $V$  が  $y$  倍になると  $l$  は  $\sqrt[3]{y}$  倍。したがって、②から  $\nu$  は  $y^{-\frac{1}{3}}$  倍。

(イ)  $v$  が一定だから、運動量は 1 倍。

(ウ)  $v$  が不変で  $V$  が  $y$  倍になると、③から、

$p$  は  $y^{-1}$  倍.

- (3) (ア) ①で  $T$  が一定で  $m$  が  $z$  倍になると、  
 $v$  は  $z^{-\frac{1}{2}}$  倍. ②で  $l$  は一定であるから  
 $\nu$  は  $z^{-\frac{1}{2}}$  倍.

(イ)  $m$  が  $z$  倍、 $v$  が  $z^{-\frac{1}{2}}$  倍になると、運動量は  $z^{\frac{1}{2}}$  倍.

(ウ)  $mv^2$  は不変だから、 $p$  は 1 倍.

111. 圧力が  $p$  [atm]、温度  $T$  [K] になるとすると、モル数の和が一定であるから

$$\frac{1.5 \times 2}{R \times 300} + \frac{3 \times 3}{R \times 450} = \frac{p \times (2+3)}{RT} \dots \textcircled{1}$$

A, B のモル数を  $n_1, n_2$  とすると、内部エネルギーの和について例題と同様に  
 $n_1 R \times 300 + n_2 R \times 450 = (n_1 + n_2) RT$

これに状態方程式を代入して

$$1.5 \times 2 + 3 \times 3 = p \times (2+3) \dots \textcircled{2}$$

②から  $p = 2.4$  atm 答

これを①式に代入して  $T = 400$  K 答

112. 圧力が  $p$  [atm]、温度が  $T$  [K] になるとすると、モル数の和が一定であるから

$$\frac{1 \times 5}{R \times 300} + \frac{3 \times 2}{R \times 480} = \frac{p \times (5+2)}{RT} \dots \textcircled{1}$$

A, B のモル数を  $n_1, n_2$  とすると、内部エネルギーの和が一定であるから

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} n_1 R \times 300 + \frac{5}{2} n_2 R \times 480 \\ = \frac{3}{2} n_1 R T + \frac{5}{2} n_2 R T \end{aligned}$$

これに状態方程式を代入して

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \times 1 \times 5 + \frac{5}{2} \times 3 \times 2 \\ = \left( \frac{3}{2} \times \frac{1 \times 5}{300} + \frac{5}{2} \times \frac{3 \times 2}{480} \right) T \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

②から  $T = 400$  K 答

これを①に代入して  $p = 1.67$  atm 答

113. 受けた仕事を  $W'$  [J] とすると

$$\begin{aligned} W' &= p \Delta V \\ &= 1.0 \times 10^5 \times (6.0 - 4.5) \times 10^{-3} \\ &= 1.5 \times 10^2 \text{ J} \quad \text{答} \end{aligned}$$

114. (1) 体積が一定で圧力が高くなるから温度は上がるが、気体は仕事をしないしきれもしない.

- (2)  $\Delta U = Q - W$

$\Delta U > 0$  ならば、気体の温度は上がる.

$\Delta U = 0$  ならば、温度は変わらない.

$\Delta U < 0$  ならば、温度は下がる.

A → B では  $\Delta U > 0$  で、 $W = 0$

気体は外部から熱を吸収する.

- (3) B → C では気体は外部へ仕事をし、

理由は体積が増加しているから.

外部から熱を吸収する. 理由は温度が一定だから内部エネルギーは変化せず、気体が外部へした仕事の分だけ熱を吸収しなければならぬから.

- (4) C → A では圧力が一定で体積が減少しているから、気体の温度は下がる. 気体は外部から仕事をされる. 理由は体積が減少しているから、温度は下がるから、内部エネルギーは減少する. したがって、気体は外部へ熱を放出する.

115. (1) (ア) 気体の体積が一定だから、気体が受けた熱量だけ内部エネルギーが増加する. 気体のモル数を  $n$  とし、温度が  $T$  [K] になるとすると

$$3 \times 10^2 = \frac{3}{2} n R (T - 270)$$

状態方程式によって

$$1 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-3} = n R \times 270$$

$$\therefore n R = \frac{20}{9}$$

これを上の式に代入して

$$T = 3.6 \times 10^2 \text{ K} \quad \text{答}$$

- (イ) 圧力を  $p$  [N/m<sup>2</sup>] とすると

$$\frac{1 \times 10^5}{270} = \frac{p}{360}$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} \times 10^5 = 1.3 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \quad \text{答}$$

- (2) (ウ) 温度が一定だから、気体は受けた熱量だけ外部へ仕事をし.

$$\text{答 } 2.3 \times 10^2 \text{ J}$$

- (エ) 体積を  $V$  [m<sup>3</sup>] とすると

$$\frac{4}{3} \times 10^5 \times 6 \times 10^{-3} = 1 \times 10^5 \times V$$

$$\therefore V = 8.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad \text{答}$$

(3) (イ) 圧力、体積が初めの値に戻ったから、温度も初めの270 Kになる。

(ロ) 受けた仕事を  $W'$  [J] とすると

$$W' = 1 \times 10^5 \times (8-6) \times 10^{-3} = 2.0 \times 10^2 \text{ J} \quad \text{答}$$

(ハ) 温度は90 K下がっているから、内部エネルギーは(イ)の値だけ減少している。

奪った熱量を  $Q'$  [J] とすると

$$Q' = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^2 = 5.0 \times 10^2 \text{ J} \quad \text{答}$$

注 本問は練習114を数量化した問題である。

116. (1) (イ) おもりのをせると、外部

から気体に及ぼす圧力は  $\frac{1}{3}p$  増して  $\frac{4}{3}p$

になっているから、気体の圧力が  $\frac{4}{3}p$

になるとピストンが上昇し始める。

$$\therefore \frac{T_1}{T} = \frac{4}{3} \text{ 倍} \quad \text{答}$$

(イ) 体積が一定だから、気体がもらった熱量はすべて内部エネルギーの増加になる。受けた熱量を  $Q_1$  [J] とすると

$$Q_1 = \frac{3}{2} nR(T_1 - T) = \frac{3}{2} \cdot \frac{pV}{T} (T_1 - T) = \frac{3}{2} pSh \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} pSh \text{ [J]} \quad \text{答}$$

(2) (イ) 圧力が一定で体積が  $\frac{5}{4}$  倍になる。

$$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4} \quad \frac{T_2}{T} = \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \text{ 倍} \quad \text{答}$$

(ロ) 気体がした仕事を  $W$  [J] とすると

$$W = \frac{4}{3} pS \left( \frac{5}{4}h - h \right) = \frac{1}{3} pSh \text{ [J]} \quad \text{答}$$

(ハ) 内部エネルギーの増加は

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{pV}{T} (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} pSh \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} pSh \text{ [J]} \quad \text{答}$$

(イ) 与えた熱量を  $Q_2$  [J] とすると

$$Q_2 = W + \Delta U = \frac{5}{6} pSh \text{ [J]} \quad \text{答}$$

(3) (イ) 圧力が  $p$  になると下がり始める。

$$\therefore \frac{T_3}{T_2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{T_3}{T} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{4} \text{ 倍} \quad \text{答}$$

(ロ) 内部エネルギーの減少した分だけ熱量を奪わなければならない。その熱量を  $Q_3$  とすると

$$Q_3 = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_3) = \frac{3}{2} \cdot \frac{pV}{T} (T_2 - T_3) = \frac{3}{2} pSh \times \frac{5}{12} = \frac{5}{8} pSh \text{ [J]} \quad \text{答}$$

(4) (イ) 圧力、体積が初めの値に戻ったから、温度も初めの値になる。 答 1倍

(ロ) 受けた仕事を  $W'$  [J] とすると

$$W' = pS \cdot \frac{h}{4} = \frac{1}{4} pSh \text{ [J]} \quad \text{答}$$

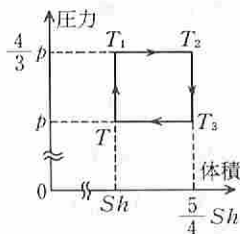
(ハ) 内部エネルギーの減少  $\Delta U'$  は

$$\Delta U' = \frac{3}{2} nR(T_3 - T_1) = \frac{3}{8} pSh \text{ [J]}$$

$$\therefore \text{奪った熱量} = W' + \Delta U' = \frac{5}{8} pSh \text{ [J]} \quad \text{答}$$

注 練習114と115

は定積、等温、定圧の3つの変化による循環過程だが、本問は右図のように、定積、定圧による循環過程である。



117. (1) 大気圧とピストンの重さによる圧力を  $p$  とすると、気体は外部から

$$W' = pS\Delta h$$

だけの仕事を受け、その分だけ全体として内部エネルギーが増加する。したがって、

$$\frac{3}{2} RT_1 + \frac{3}{2} RT_2 + pS\Delta h = \frac{3}{2} RT_0 \times 2$$

が成り立つ。初めの左側の気体と終わりの全体に状態方程式を適用して

$$pSh = RT_1$$

$$pS(2h - \Delta h) = 2RT_0$$

この2式から

$$pS\Delta h = 2R(T_1 - T_0)$$

これを初めの式に代入して

$$\frac{3}{2}R(T_1 + T_2) + 2R(T_1 - T_0) = 3RT_0$$

$$\therefore T_0 = \frac{7T_1 + 3T_2}{10} \quad \text{答}$$

(2) 状態方程式から

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{2(T_1 - T_0)}{T_1}$$

これに  $T_0$  の式を代入して

$$\Delta h = \frac{3(T_1 - T_2)}{5T_1} h \quad \text{答}$$

118. (1) 初めのA, Bの体積は等しく, これをVとする. あとのA, Bの圧力は等しく, これをpとし, Aの温度を  $T_1$  とすると, 状態方程式から

$$p \cdot \frac{6V}{5} = RT_1, \quad p \cdot \frac{4V}{5} = RT_2$$

$$\therefore T_1 = \frac{3}{2} T_2 [\text{K}] \quad \text{答}$$

(2) Bの気体の内部エネルギーは受けた仕事  $W'$  だけ増加するから

$$W' = \frac{3}{2} R(T_2 - T_0) [\text{J}] \quad \text{答}$$

(3) Aの気体の内部エネルギーの増加は

$$\Delta U = \frac{3}{2} R(T_1 - T_0) = \frac{3}{2} R \left( \frac{3}{2} T_2 - T_0 \right)$$

$W'$  はAの気体がBの気体にした仕事に等しいから, Aの気体に与えた熱量Qは

$$Q = \Delta U + W' = \frac{3}{4} R(5T_2 - 4T_0) [\text{J}] \quad \text{答}$$

119. (ア)  $Q_V = nC_V \Delta T$  答

(イ)  $\Delta U_1 = \frac{3}{2} nR \Delta T$  答

(ウ)  $Q_p = nC_p \Delta T$  答

(エ)  $W = p \Delta V$  答

(オ) シャルルの法則によって

$$\frac{V}{T} = \frac{V + \Delta V}{T + \Delta T} \quad \therefore \Delta V = \frac{V}{T} \Delta T \quad \text{答}$$

(カ)  $W = p \Delta V = \frac{pV}{T} \Delta T = nR \Delta T$  答

(キ)  $\Delta U_2 = Q_p - W = n(C_p - R) \Delta T$  答

(ク)  $\Delta U_1 = \Delta U_2$  で,  $Q_V = \Delta U_1$  だから

$$C_V = C_p - R \quad \therefore C_p = C_V + R \quad \text{答}$$

(ケ)  $C_V = \frac{3}{2} R$  答

(コ)  $C_p = C_V + R = \frac{5}{2} R$  答

(サ)  $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3}$  答

120. (ア) 右向きを正の向きとし, 衝突後の速度成分を  $v_x'$  とすると

$$1 = \frac{(-u) - v_x'}{(-u) - v_x} \quad \therefore |v_x'| = v_x + 2u \quad \text{答}$$

(イ)  $v_x'^2 - v_x^2 = 4uv_x + 4u^2 \approx 4uv_x$  答

(ウ) ピストンを動かしている間の分子の速さの変化を無視すると, 単位時間あたりピストンに衝突する回数は  $\frac{v_x}{2l}$  とみてよい.

ピストンを動かしている時間は  $\frac{\Delta l}{u}$  だから,

この間の衝突回数は

$$\frac{v_x}{2l} \cdot \frac{\Delta l}{u} = \frac{v_x}{2u} \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad \text{答}$$

(エ) (イ)と(ウ)から,  $v_x^2$ の増加は約

$$4uv_x \cdot \frac{v_x}{2u} \cdot \frac{\Delta l}{l} = 2v_x^2 \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad \text{答}$$

(オ) 速さの2乗の平均値の増加は

$$\frac{2v_x^2 \Delta l}{3l} \quad \text{答}$$

(カ)  $\overline{v^2} = \frac{3RT}{mN_0}$ ,  $\overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$  から

$$\overline{v_x^2} = \frac{RT}{mN_0} \quad \text{答} \quad \frac{R}{mN_0}$$

(キ) (オ)と(カ)から,  $\overline{v_x^2}$ の増加は

$$\frac{2\Delta l}{3l} \cdot \frac{RT}{mN_0} = \frac{2RT\Delta l}{3mN_0 l}$$

温度上昇を  $\Delta T$  として, (カ)と上式から

$$\frac{2RT\Delta l}{3mN_0 l} = \frac{R}{mN_0} \Delta T$$

$$\therefore \Delta T = \frac{2\Delta l}{3l} T \quad \text{答}$$

(ク)  $\Delta V = S \Delta l$  であるから

$$\Delta T = \frac{2\Delta V}{3S l} T \quad \text{答}$$



# 第8章 波 動

121. (1) 図(a)から波長  $\lambda = 12\text{ m}$ , 図(b)から周期  $T = 0.04\text{ s}$  であるから, 速さを  $c[\text{m/s}]$  とすると

$$\lambda = cT \text{ から } c = 3.0 \times 10^2 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(2) 例題84と同様に考えてO, H,

速さを  $v[\text{m/s}]$  とすると,  $vT = 2\pi A$  から  $v = 16\text{ m/s}$  答

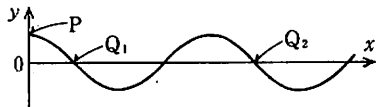
(3)  $t = 0$  のとき, OとDとHでは  $y = 0$ . 時間がたつにつれて  $y$  が正で増加するのはOとHである. 答

(4) 図(a)の状態から少し時間がたつと, Aは上方へ変位し, 図(a)の状態から  $1/8$  周期後に  $y = 0$  となる. それから  $1/4$  周期後に山となり, さらに1周期ごとに山となるから, 求める時間を  $t[\text{s}]$  とすると

$$t = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + n\right)T = 0.015 + 0.040n[\text{s}] \quad \text{答}$$

(5) AとE, CとGはそれぞれ半波長ずつ離れているから, それぞれ振動の位相差は  $\pi$  である. したがって, 速度の向きが一致することはない. したがって, 決して起こることのないのは④.

122. (1) Pが波の山となった瞬間の波形は下図のようになる. このとき, Qは  $y$



の正の向きに振動の中心を通過するから, 例題84と同様に考えて, Qは上の  $Q_1$  か  $Q_2$  のいずれかである. PとQの間にはPと同位相で振動している点があるのだから,  $Q_2$  がQである. したがって

$$\text{波長 } \lambda = 1.5 \times \frac{4}{5} = 1.2\text{ m} \quad \text{答}$$

(2) 周期は  $0.50\text{ s}$  であるから

$$\text{速さ} = \frac{1.2}{0.5} = 2.4\text{ m/s} \quad \text{答}$$

123. (1) 波の速さを  $c[\text{m/s}]$  とすると

$$c \times 0.050 = 6 \quad \therefore c = 120\text{ m/s}$$

波長は  $4\text{ m}$  であるから

$$\text{振動数} = \frac{120}{4} = 30\text{ Hz} \quad \text{答}$$

(2) 少し時間がたったときに上方へ変位している点. 答 P, Q, W

(3) PA間の距離は  $\frac{4}{3}$  波長であるから,

Pの振動がAまで伝わるのに  $\frac{3}{4}$  周期だけ

かかる. Pは上向きの速度をもっているから, 変位のようにすを表しているのは①.

124.  $t = 0$  の瞬間, 原点の媒質は下向きの速度をもっているから, 初期位相は  $\pi$  である. また, 波の速さを  $c[\text{m/s}]$  とすると

$$c \times 0.050 = 5 \quad \therefore c = 100\text{ m/s}$$

波長は  $20\text{ m}$  であるから, 周期  $T$  は

$$T = \frac{\lambda}{c} = 0.20\text{ s}$$

振幅は  $0.10\text{ m}$  であるから

$$y_0 = 0.10 \sin\left(\frac{2\pi}{0.20}t + \pi\right) = -0.10 \sin 10\pi t \quad \text{答}$$

$$y_x = -0.10 \sin 10\pi\left(t - \frac{x}{100}\right) \quad \text{答}$$

125. (ア)  $t$  だけ進むのに時間  $\tau$  を要する.

$$\therefore \text{波の速さ } c = \frac{l}{\tau} \quad \text{答}$$

(イ) (定常波の項を参照) 定常波で腹と節

との間隔は  $\frac{\lambda}{4}$  であるから, 腹から節まで

進むのに要する時間は  $\frac{1}{4}$  周期である. こ

れが  $a$  であるから, 周期は  $4a$ .

$$\therefore \text{振動数} = \frac{1}{4a} \quad \text{答}$$

$$(ウ) \text{ 波長 } \lambda = \frac{\text{速さ}}{\text{振動数}} = \frac{4al}{\tau} \quad \text{答}$$

(エ) 問題文の1, 2行目から

$$h = A \sin \frac{3\pi}{4} \quad \therefore A = \sqrt{2} h \quad \text{答}$$

(オ) 正弦波の式

$$y = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \alpha \right)$$

に  $T$  と  $\lambda$  の式を代入して比較すると

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2a} \quad \text{答}$$

$$(カ) \quad c = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi\tau}{2al} \quad \text{答}$$

(キ) 問題文の1, 2行目から

$$d = 0 \quad \text{答}$$

126. (1) 周期は  $4.0 \times 10^{-2}$  s であるから

$$\text{振動数} = \frac{1}{4 \times 10^{-2}} = 25 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

(2) 波長は 1.4 m であるから

$$\text{速さ} = 1.4 \times 25 = 35 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(3) 例題86と同様に, 密部は  $x_4$ .

(4) 例題86と同様に, 速度が正の向きに最大なのは  $x_4$ .

(5) 密部では  $y = 0$  で, それから少し時間がたつと,  $y$  の正の方向へ変位する. したがって, 密部となる時刻は 0 と  $t_3$ .

127. (1) (ア) 題意により

$$2\pi \left( \frac{1}{3} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$$

ただし,  $n$  は整数.

ゆえに,  $0 \leq x \leq \lambda$  の範囲では

$$x = \frac{\lambda}{4} \quad \text{答}$$

(イ)  $y = 0$  で, 少し時間がたつと  $y$  の正の側へ変位する瞬間であるから

$$2\pi \left( \frac{1}{3} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\pi}{3} = 2n\pi$$

$$n = 0 \text{ として} \quad x = \frac{\lambda}{2} \quad \text{答}$$

(ウ) 振動の左端で加速度が正の向きに最大

となるから

$$2\pi \left( \frac{1}{3} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi$$

$$n = 0 \text{ として} \quad x = \frac{3}{4} \lambda \quad \text{答}$$

(エ) 密部では  $y = 0$  で, 少し時間がたつと  $y$  の正の側へ変位する (前問参照). し

$$\text{たがって(イ)と同じ点で} \quad x = \frac{\lambda}{2} \quad \text{答}$$

(2) 疎部では  $y = 0$  で, 少し時間がたつと  $y$  の負の側へ変位するから

$$2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\pi}{3} = \pi(2n-1)$$

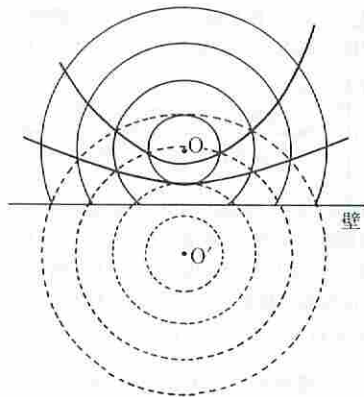
$$\therefore \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} = n - \frac{2}{3} \quad \text{答}$$

128. (1) 振動数が 20, 40, 60 Hz のとき, 波長はそれぞれ 1.4, 0.8, 0.6 cm だから, 速さはそれぞれ 28, 32, 36 cm/s. したがって, 振動数が増すと, 速さは大きくなる. 答

(2)  $y$  軸上の点は 2 本の針から等距離で,  $y$  軸上では 2 つの波が強め合っているのだから, 2 本の針の振動の位相差は 0. 答

(3) 2 本の針が同位相で振動し,  $x$  軸上では 2 つの波が弱め合っているのだから, 針の間隔は半波長の奇数倍. 答

129. (1)



反射波は壁に関して  $O$  の対称点  $O'$  から出たように進む. 反射のときの位相のずれ

はないのだから、問題の図を  $O'$  を中心と  
するように移すと、それらの円の、壁から  
上方にある部分が反射波の山となる。

(2) 入射波の山と反射波の山の交点が強め  
合っている点である。

130. (1) 合成波の振動数はもとの波の  
振動数に等しいから

$$\frac{1}{4.0 \times 10^{-2}} = 25 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

(2) 強め合っている点の間隔は半波長に等  
しいから、波長は 1.6 m. したがって

$$\text{速さ} = 1.6 \times 25 = 40 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(3) 全く振動をしていない。

131. (1)  $y_0 = A \sin \frac{2\pi}{T} t$  と比較して

$$\text{振幅 } A, \text{ 周期 } \frac{2\pi}{a}, \text{ 振動数 } \frac{a}{2\pi} \quad \text{答}$$

$$y_0 = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ と比較して}$$

$$\text{波長 } \frac{2\pi}{b}, \text{ 速さ } c = \frac{2\pi}{b} \cdot \frac{a}{2\pi} = \frac{a}{b} \quad \text{答}$$

(2) OD と PD の差が半波長の奇数倍の  
とき合成波の振幅が 0 になる。OD と PD

$$\text{の差 } l \text{ の最小値は } \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{b} \quad \text{答}$$

(3)  $l$  は半波長であるから、P と O の振動  
の位相差が  $\pi$  であるとき、合成波の振幅が  
最大になる。したがって、半周期遅らせて  
振動させればよい。  $\frac{\pi}{a}$  答

(4) (5) にも使える式をつくる。時刻  $t$  に  
おける P の振動の変位は、O の振動の変位  
と同じく

$$y_P = A \sin at$$

と表される。PO 間の任意の点 Q (座標  
 $x$ ) まで波が伝わるのに波の進む速さを  $c$

として  $\frac{2L-x}{c}$  だけ時間がかかるから、P

の波による Q の時刻  $t$  の変位  $y_2$  は

$$y_2 = A \sin a \left( t - \frac{2L-x}{c} \right)$$

と表される。O の波による Q の時刻  $t$  にお  
ける変位  $y_1$  は

$$y_1 = A \sin a \left( t - \frac{x}{c} \right)$$

と表されるから、合成波の変位  $y$  は

$$y = y_1 + y_2 \\ = 2A \sin a \left( t - \frac{bL}{a} \right) \cos (x-L)b$$

点 D では  $x = L$  であるから

$$y = 2A \sin a \left( t - \frac{bL}{a} \right) \quad \text{答}$$

(5)  $\cos$  の項は  $t$  を含まないから

$$(x-L)b = \frac{\pi}{2}(2n-1)$$

を満足する点では、 $t$  に関係なく  $y = 0$  と  
なる。これを解いて

$$x = L + \frac{\pi}{2b}(2n-1)$$

求める 2 点の座標は

$$x = L + \frac{\pi}{2b}, x = L - \frac{\pi}{2b} \quad \text{答}$$

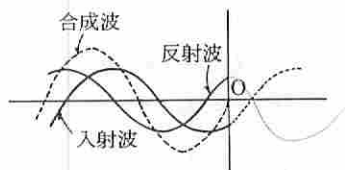
答 波長  $\frac{2\pi}{b}$  を  $\lambda$  とすると

$$x = L + \frac{\lambda}{4}, x = L - \frac{\lambda}{4}$$

となる。

O, P は同位相で振動しているから、中  
点 D は定常波の腹となる。その前後  $\frac{\lambda}{4}$  だ  
け離れた点が節となる。

132. (1) 固定端での反射であるから、  
入射波をそのまま進め、入射点 O に関して  
対称で折返すと反射波が得られる。



(2) 0.60 cm

(3) 両端が節となるから、壁と壁との間の

距離  $l$  は半波長の整数倍でなければならない。すなわち

$$l = 30n \text{ [cm]} \quad \text{図}$$

各区間に1つずつ腹があるから

腹の数は  $n$  個 図

133. (ア)  $y_2$  の波形は  $y_1$  の波形と  $O$  に関して点対称だから  $y_2(x) = -y_1(-x)$

$$\therefore y_2 = -A \sin 2\pi \left( ft - \frac{x+L}{\lambda} \right) \quad \text{図}$$

(イ) 合成波の変位を  $y$  とすると

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= A \sin 2\pi \left\{ \left( ft - \frac{L}{\lambda} \right) + \frac{x}{\lambda} \right\} \\ &\quad + A \sin 2\pi \left\{ \left( ft - \frac{L}{\lambda} \right) - \frac{x}{\lambda} \right\} \\ &= 2A \cos 2\pi \left( ft - \frac{L}{\lambda} \right) \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \quad \text{図} \end{aligned}$$

(ウ) 定常

(エ)  $x$  に関する  $\sin$  の項が  $\pm 1$  である

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} (2n-1)$$

$$\therefore x = \frac{2n-1}{4} \lambda \quad \text{図}$$

(オ)  $S$  から右へ進む波  $y_3$  は  $y_1$  と  $x=L$  に関して線対称であるから

$$y_3(x) = y_1(L - (x-L)) = y_1(2L - x)$$

$$\therefore y_3 = A \sin 2\pi \left( ft - \frac{x-L}{\lambda} \right)$$

これと  $y_2$  との合成波の変位  $y'$  は

$$\begin{aligned} y' &= y_2 + y_3 \\ &= 2A \cos 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) \sin 2\pi \frac{L}{\lambda} \end{aligned}$$

したがって、合成波の振幅は

$$2A \sin \frac{2\pi L}{\lambda} \quad \text{図}$$

(カ) (オ)の  $L$  を含む項が最大となるには

$$\frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{\pi}{2} (2n-1)$$

$$\therefore L = \frac{2n-1}{4} \lambda \quad \text{図}$$

134. (1) 海面 2 での波の速さ  $c_2$  は

$$c_2 = \sqrt{9.8 \times 5.0} = 7.0 \text{ m/s}$$

周期は30秒であるから、波長  $\lambda_2$  は

$$\lambda_2 = c_2 T = 7.0 \times 30 = 2.1 \times 10^2 \text{ m} \quad \text{図}$$

$$(2) \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{gh_1}{gh_2}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \quad \text{図}$$

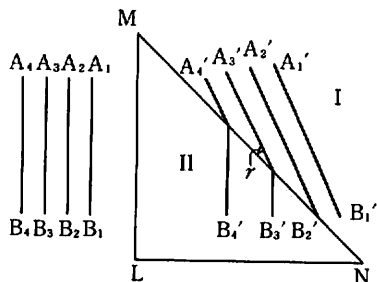
$$(3) \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{2.1 \times 10^2}$$

$$\therefore \lambda_1 = 3.0 \times 10^2 \text{ m} \quad \text{図}$$

135. (1) II の中では波長が I の中での2倍になる。II から I へ出るときの屈折角を  $r$  とすると

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin r} = \frac{v_{II}}{v_I} = 2 \text{ から } \sin r = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

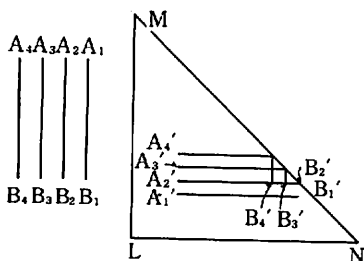
波は MN で上式を満足する屈折角で I へ出ていく。II の中で波長は2倍になる。



(2) 波が II から I へ進むときの臨界角を  $\phi'$  とすると

$$\sin \phi' = \frac{v_{II}}{v_I} = \frac{1}{2} \quad \therefore \phi' = 30^\circ$$

したがって、波は MN で全反射する。 $B_2$  が  $B_2'$  に達したとき、 $B_1$  は  $B_2'$  より1波長分だけ下方へ進んでいる。II の中で波長は半分になる。



# 第9章 音 波

136. (1)  $AO=BO$ であり、 $O$ で強め合うのだから、 $A$ と $B$ の振動は同位相。

$$AP = \sqrt{3.2^2 + 2.4^2} = 4.0 \text{ m}$$

音波の波長を  $\lambda$  [m] とすると

$$4.0 - 2.4 = \lambda \quad \therefore \lambda = 1.6 \text{ m}$$

振動数を  $f$  [Hz] とすると

$$f = \frac{336}{1.6} = 210 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

(2)  $AP-BP = \lambda$  であるから

$$AQ-BQ = \frac{3}{2}\lambda = 2.4 \text{ m} \quad \text{答}$$

137. 波長を  $\lambda$  [cm] とする。  $PAQ = l_1$  [cm],  $PBQ = l_2$  [cm] のとき弱め合うとすると

$$l_1 - l_2 = \frac{\lambda}{2}(2n-1)$$

次に  $A$  を  $5.6 \text{ cm}$  伸ばして弱め合うとすると

$$l_1 + 5.6 \times 2 - l_2 = \frac{\lambda}{2}(2n+1)$$

この2式から  $\lambda = 11.2 \text{ cm}$

音速を  $c$  [m/s] とすると

$$c = 0.112 \times 3000 = 336 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

138. 自動車の速さを  $u_s$  [m/s], 警笛の振動数を  $f$  [Hz] とすると

$$765 = f \cdot \frac{340}{340 - u_s}, \quad 680 = f \cdot \frac{340}{340 + u_s}$$

この2式から

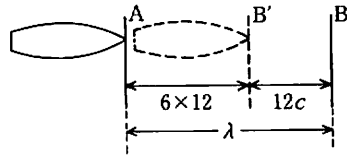
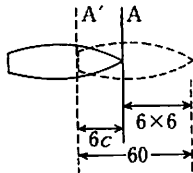
$$u_s = 20 \text{ m/s}, \quad f = 720 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

139. 船首に波

の山  $A$  が当たってから船尾を通過するまでの間に、船は  $6 \times 6 \text{ m}$ , 波は  $6c$  [m] 進むから

$$6 \times 6 + 6c = 60$$

$$\therefore c = 4 \text{ m/s} \quad \text{答}$$



船首に波の山  $A$  が当たってから次の山  $B$  が当たるまでの間に、船は  $6 \times 12 \text{ m}$ , 波は  $12c$  [m] 進むから

$$12 \times 6 + 12c = \lambda$$

$c = 4 \text{ m/s}$  を代入して

$$\lambda = 120 \text{ m} \quad \text{答}$$

140. バトカー、自転車の速さをそれぞれ  $u, v$  [m/s] とすると、互いに反対向きに進むことを考慮に入れて

$$u + v = 30 \quad \dots\dots \text{①}$$

警笛の振動数を  $f$  [Hz] とすると

$$525 = f \cdot \frac{340 + v}{340 - u}, \quad 440 = f \cdot \frac{340 - v}{340 + u}$$

2式を辺々割り算して

$$\frac{525}{440} = \frac{340 + v}{340 - v} \cdot \frac{340 + u}{340 - u} \quad \dots\dots \text{②}$$

①を②に代入して  $v = 10 \text{ m/s}$  答

141. 警笛の振動数を  $f$  [Hz], 列車と自動車の速さをそれぞれ  $u, v$  [m/s] とする。

$$3060 = f \cdot \frac{340}{340 - u}$$

$$3132 = f \cdot \frac{340 + v}{340 - v}$$

$$2656 = f \cdot \frac{340 - v}{340 + u}$$

第1式と第2式を辺々割り算して

$$\frac{3060}{3132} = \frac{340}{340 + u}$$

$$\therefore v = 8 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

第2式と第3式を辺々割り算して

$$\frac{3132}{2656} = \frac{340 + v}{340 - v} \cdot \frac{340 + u}{340 - u}$$

これに  $v$  の値を代入して

$$u = 20 \text{ m/s}$$

$u$  の値を第1式に代入して

$$f = 2880 \text{ Hz}$$

142. 音源の速さを  $u$  [m/s], 直接音と反射音の振動数を  $f_1, f_2$  [Hz] とすると

$$f_1 = 680 \cdot \frac{340}{340 + u} = 680 \cdot \frac{1}{1 + \frac{u}{340}}$$

$$\approx 680 \left( 1 - \frac{u}{340} \right) = 680 - 2u$$

同様に

$$f_2 = 680 \cdot \frac{340}{340 - u} \approx 680 + 2u$$

$$f_2 - f_1 = 2$$

であるから  $u = 0.5 \text{ m/s}$

143. (1) 反射音の振動数を  $f'$  とすると、  
図に示した方法を用いて

$$f' = f \cdot \frac{c + u}{c - u}$$

- (2) (ア) 浮力を  $P$  とすると、初めの状態で

$$P = Mg$$

鉛直下向きを正、加速度を  $a$  とすると

$$(M - m)a = (M - m)g - P$$

この2式から  $a = \frac{-mg}{M - m}$

- (イ) 高さを  $h$  とすると

$$0 - u^2 = 2 \left( \frac{-mg}{M - m} \right) h$$

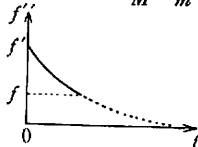
$$\therefore h = \frac{(M - m)u^2}{2mg}$$

- (ウ) 落としてから時間  $t$  の後の速度を  $v$ ,  
観測される振動数を  $f''$  とすると

$$v = u + at = u - \frac{mg}{M - m}t$$

$$f'' = f \cdot \frac{c}{c - v} = f \cdot \frac{c}{c - u + \frac{mg}{M - m}t}$$

したがって、  
 $f'' - t$  グラフは右図のようになる。



144. (1) 進行方向を正、加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>] とすると

$$0 - 18^2 = 2a \times 54 \quad \therefore a = -3 \text{ m/s}^2$$

図 3.0 m/s<sup>2</sup>

- (2) 2秒後の速さを  $u$  [m/s] とすると

$$u = 18 - 2 \times 3 = 12 \text{ m/s}$$

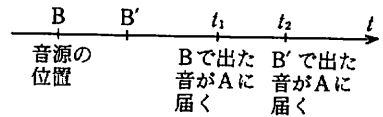
直接音、反射音の振動数を  $f_1, f_2$  [Hz] とすると

$$f_1 = 440 \times \frac{340}{340 + 12} = 425 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 440 \times \frac{340}{340 - 12} = 456 \text{ Hz}$$

145. (1) Bから1周期後の位置をB'と

すると  $BB' = vT = \frac{v}{f_0}$  ( $T$ は周期)



したがって、上図から、求める時間差は

$$T + \frac{AB'}{c} - \frac{AB}{c} = T - \frac{BB' \cos \theta}{c}$$

$$= \frac{1}{f_0} \left( 1 - \frac{v \cos \theta}{c} \right)$$

- (2) (1)で得た時間差は観測される周期であるから、観測される振動数を  $f$  とすると

$$f = \frac{1}{\text{時間差}} = f_0 \cdot \frac{c}{c - v \cos \theta}$$

- (3) 聞こえ始めと遠くへ去ったときの振動数を  $f_1, f_2$  とすると

$$f_1 = f_0 \cdot \frac{c}{c - v}, \quad f_2 = f_0 \cdot \frac{c}{c + v}$$

$$f_1 = 3f_2$$

$$\therefore v = \frac{c}{2} = 1.7 \times 10^2 \text{ m/s}$$

最初の振動数は  $f_1 = 2f_0$

観測される振動数が最初の  $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$  であるときの  $\theta$  をそれぞれ  $\theta_1, \theta_2$  とすると

$$2f_0 \times \frac{2}{3} = f_0 \cdot \frac{c}{c - v \cos \theta_1}$$



$$= 1.80 \times 10^3 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

148. [すれ違う前] 音は風下へ向かうから、音速は 345 m/s になる。観測される振動数を  $f_1$  [Hz] とすると

$$f_1 = 400 \times \frac{345+10}{345-20} = 437 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

[すれ違った後] 音は風上へ向かうから、音速は 335 m/s になる。観測される振動数を  $f_2$  [Hz] とすると

$$f_2 = 400 \times \frac{335-10}{335+20} = 366 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

149. 直接音の振動数を  $f_1$  とすると

$$f_1 = f \cdot \frac{c+uw-u_0}{c+uw-u_s} \quad \text{答}$$

R が受ける振動数を  $f'$  とすると

$$f' = f \cdot \frac{c+uw}{c+uw-u_s}$$

O が受ける反射音の振動数を  $f_2$  とすると

$$f_2 = f' \cdot \frac{c-uw+u_0}{c-uw}$$

$$= f \cdot \frac{c+uw}{c+uw-u_s} \cdot \frac{c-uw+u_0}{c-uw} \quad \text{答}$$

150. (1) 波長を  $\lambda$  [cm] とすると

$$51.0 - 16.0 = 86.0 - 51.0 = \frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore \lambda = 70.0 \text{ cm}$$

音速を  $c$  [m/s] とすると

$$c = 0.700 \times 480 = 336 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

開口端補正を  $x$  [cm] とすると

$$x = \frac{\lambda}{4} - 16.0 = 1.5 \text{ cm} \quad \text{答}$$

- (2) 初め、 $86+1.5 = 87.5$  [cm] は  $\frac{5}{4}$  波長

である。振動数を下げて次に共鳴するとき、

この長さは  $\frac{3}{4}$  波長に等しい。このときの

波長を  $\lambda'$  [cm] とすると

$$\frac{3}{4} \lambda' = 87.5 \quad \therefore \lambda' = \frac{350}{3} \text{ cm}$$

振動数を  $f'$  [Hz] とすると

$$f' = \frac{c}{\lambda'} = 336 \times 10^2 \times \frac{3}{350} = 288 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

- (3) 音速が  $c'$  [m/s] になるとすると

$$c' = 336 + 0.6 \times 15 = 345 \text{ m/s}$$

このときの波長を  $\lambda''$  [cm] とすると

$$\lambda'' = \frac{345 \times 10^2}{480} \text{ cm}$$

波長が長くなるから、栓を右へ動かさねばならない。y [cm] だけ動かすとすると

$$x + OB + y = \frac{3\lambda''}{4}$$

これに  $x$  と  $\lambda''$  の値を入れて

$$y = 1.4 \text{ cm} \quad \text{答}$$

151. (1) AC, CB の張力は等しいから、AC, CB から出る音の振動数を  $f_1, f_2$  とすると、比例定数を  $k$  として

$$f_1 = \frac{k}{\frac{l}{2} - \Delta l}, \quad f_2 = \frac{k}{\frac{l}{2} + \Delta l}$$

と表される。

$$f_1 - f_2 = N$$

であるから、 $4\Delta l^2$  の項を無視して

$$k = \frac{Nl^2}{8\Delta l}$$

同様に、 $f = \frac{k}{l}$  と表されるから

$$f = \frac{Nl}{8\Delta l} \quad \text{答}$$

- (2) 弦 AB を伝わる波の波長は  $2l$  であるから、速さを  $v$  とすると

$$v = 2l \times \frac{Nl}{8\Delta l} = \frac{Nl^2}{4\Delta l} \quad \text{答}$$

152. (1) AB, BC の張力は等しい。速さをそれぞれ  $v_1, v_2$  とすると

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad \text{答}$$

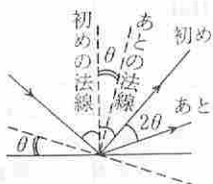
- (2) AB, BC の部分がそれぞれ同じ振動数  $f$  で振動し、 $l_1, l_2$  がそれぞれ定常波の半波長であればよい。

$$\therefore \frac{l_1}{l_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad \text{答}$$



# 第10章 光 波

153. (入射光線を固定して鏡を  $\theta$  だけ回すと、反射光線は  $2\theta$  だけ動く。右図で、初めの入射角を  $i$  とすると、



反射角も  $i$ 、鏡を  $\theta$  だけ回すと入射角は  $i + \theta$  になり、反射角も  $i + \theta$  になるから、反射光線が動いた角は  $2(i + \theta) - 2i = 2\theta$

光が距離  $l$  を往復するのに要した時間は、鏡が  $\theta$  だけ回転するのに要した時間に等しいから

$$\frac{2l}{c} = \frac{\theta}{2\pi n} \quad \therefore \quad c = \frac{4\pi n l}{\theta} \quad \text{答}$$

注  $OO' = s$  とすると、 $s = r \cdot 2\theta$  が成り立つから、 $s$  と  $r$  を測ると  $\theta$  がわかる。

154. (1) 屈折の法則から

$$\frac{c}{c'} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore c' = \frac{3}{4}c = 2.25 \times 10^8 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(2)  $\frac{c}{c'} = \frac{\lambda}{\lambda'}$  が成り立つから

$$\lambda' = \frac{3}{4}\lambda = 4422 \text{ \AA} \quad \text{答}$$

(3) 例題104から

$$d' = \frac{36}{\frac{4}{3}} = 27 \text{ cm}$$

浮き上がりの量 =  $36 - 27 = 9 \text{ cm}$  答

155. (1) 物質内での波長は  $\frac{\lambda}{n}$  だから

$$d \div \frac{\lambda}{n} = \frac{nd}{\lambda} \quad \text{答}$$

(2) 厚さ  $nd$  の空気に相当する。 答

156. 右側の物質の中から見たときの左側の見かけの厚さを  $d_1'$  とすると

$$d_1' = \frac{d_1}{n_{21}} = \frac{n_2}{n_1} d_1$$

したがって、2つの物質を右側の物質だけの厚さに換算すると

$$\frac{n_2}{n_1} d_1 + d_2$$

になる。Eからこの厚さを見たときの見かけの厚さを  $d_2'$  とすると

$$d_2' = \frac{\frac{n_2}{n_1} d_1 + d_2}{n_2} = \frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2}$$

$d_1 + d_2 - \left(\frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2}\right)$  だけ近く見える。 答

157. AB面における屈折角を  $r$  とすると

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin r} = \sqrt{3} \quad \text{から} \quad r = 30^\circ$$

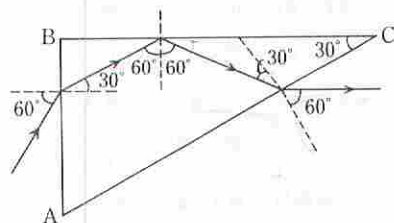
この屈折光線はBC面に入射角  $60^\circ$  で当たる。臨界角を  $\phi$  とすると

$$\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{から} \quad \phi < 60^\circ$$

したがって、BC面に入射する光は全反射してAC面に当たる。その入射角は  $30^\circ$  であるから、屈折角(空气中へ出て行く角)を  $i'$  とすると

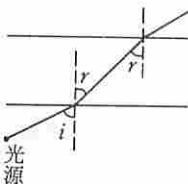
$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin i'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{から} \quad i' = 60^\circ$$

以上から、光の進路は下図の通り。



158. (1) できない。理由：上方の空气中に光が出ないようにするには、ガラスの上面に入射する光の入射角が臨界角より大

きくなければならない。この入射角はガラスの下面における屈折角に等しい。ところで、下面に入射する光の入射角は  $90^\circ$  より小さいから屈折角は臨界角より小さい。したがってどんなに大きい円板でおおっても、光は上方へ出てくる。



(2) 出ない。

理由：水とガラスの屈折率を  $n_1, n_2$  とし、水に対するガラスの屈折率を  $n_{12}$  とする。水から

円板の端へ進む光の入射角を  $\varphi$ 、屈折角を  $r$  とする。  $r$  はガラスから空気へ出る光の入射角である。



$$\frac{\sin \varphi}{\sin r} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$$

ところで、 $\sin \varphi = \frac{1}{n_1}$  となるとき

$$\sin r = \frac{1}{n_2}$$

となる。これは、 $r$  が光がガラスから空気へ進むときの臨界角であることを示しているから、光は空気中に漏れて出ない。

$$159. (1) |SA + AP - (SB + BP)| \\ = |SA - SB + AP - BP|$$

AP-BP を求めたのと同様に

$$SA - SB = \frac{dx}{L}, \quad AP - BP = -\frac{dy}{l}$$

であるから、上の道のりの差は

$$\left| \frac{dx}{L} - \frac{dy}{l} \right|$$

答

(2)  $m$  番目と  $m+1$  番目の暗線について

$$\frac{dx}{L} + \frac{dy}{l} = \frac{\lambda}{2}(2m-1)$$

$$\frac{dx}{L} + \frac{d(y+\Delta y)}{l} = \frac{\lambda}{2}(2m+1)$$

2式を辺々引き算して

$$\frac{d \cdot \Delta y}{l} = \lambda \quad \therefore \Delta y = \frac{l\lambda}{d}$$

これは例題106の(3)と同じである。

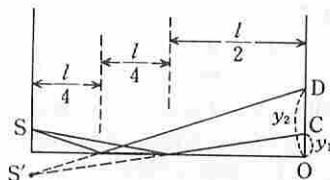
160. (1) ABによる反射光は、鏡を含む平面に関するSの対称点S'から出たかのように進む。したがって、例題106のヤングの実験における  $d$  を  $2d$  とすればよい。鏡で反射するとき、位相が半波長分ずれることを考慮して、暗線については

$$\text{光路差} = 2dy/l = m\lambda$$

$$\therefore y = \frac{m\lambda l}{2d}$$

答

(2) 反射光がTに当たる範囲を求めると、下図のCD内であることになる。



$OC = y_1, OD = y_2$  とすると、三角形の相似の関係から

$$y_1 : d = \frac{l}{2} : \frac{l}{2} \quad \therefore y_1 = d$$

$$y_2 : d = \frac{3l}{4} : \frac{l}{4} \quad \therefore y_2 = 3d$$

したがって、干渉縞はOから  $d$  と  $3d$  の距離の中のできる。

答

161.  $M_1, M_2$  による反射光はそれぞれSの  $M_1, M_2$  に関する対称点から出たかのように進む。したがって、ヤングの実験と比べると、 $\overline{S_1 S_2}$  が  $d$  に相当し、 $\overline{S_1 S_2}$  と T との間の距離  $L$  が  $l$  に相当する。

$$\overline{S_1 S_2} \approx 2a\theta$$

$$L \approx 2a + b$$

であるから、干渉縞の間隔は

$$\frac{(2a+b)\lambda}{2a\theta}$$

答

162. (1)  $\triangle ABD$  において

$$\delta = i - r + i' - r'$$

△ABCでは

$$\angle BCX$$

$$= r + r'$$

ところが、四角形OACBで∠Aと∠Bは直角であるから

$$\angle BCX = \angle O = \theta = r + r'$$

また、 $i$ が小さいとき

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \approx \frac{i}{r} \quad \therefore i = nr$$

で、 $r$ も小さい。 $\theta$ が小さいから $r'$ も小さく、したがって $i'$ も小さい。

$$n = \frac{\sin i'}{\sin r'} \approx \frac{i'}{r'} \quad \therefore i' = nr'$$

$$\therefore \delta \approx nr + nr' - r - r' = (n-1)(r+r') = (n-1)\theta \quad \text{答}$$

(2) Sからプリズムの上半分へ当たる光も下半分へ当たる光も入射角が小さいから、

(1)の $\delta$ だけふれて、それぞれSの上方 $S_1$ 、Sの下方 $S_2$ から出たように進み

$$\overline{SS_1} = \overline{SS_2} = a\delta = (n-1)a\theta$$

$\overline{S_1S_2}$ がヤングの実験の $d$ に相当し、 $a+b$ が $l$ に相当するから

$$\text{干渉縞の間隔} = \frac{(a+b)\lambda}{2(n-1)a\theta} \quad \text{答}$$

163. (1) 面ABでの反射光も面CDでの反射光も位相が $\pi$ だけずれる。膜の厚さを $d$ とすると、反射光が弱め合う条件は

$$2d = \frac{\lambda}{2n_1}(2m-1)$$

$m=1$ の場合が最小値で

$$d = \frac{\lambda}{4n_1} = \frac{6.0 \times 10^{-7}}{4 \times 1.4} = 1.1 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \text{答}$$

(2) 2つの光の道のりの差は $2d$ 。面CDで反射するときは位相が変わるが、ABで反射するときは位相が変わらないので、(1)の式を満足する波長の光は透過する場合は強め合うことになる。

164. (1) 例題108と同様、暗線について

$$d' - d = \frac{\lambda}{2}, \quad \frac{d' - d}{D} = \frac{h}{l}$$

が成り立つ。両端が暗線であるから

$$l = 15D$$

この3式から

$$h = \frac{15}{2}\lambda = 4.5 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \text{答}$$

(2) 暗線の位置の空気の厚さを $d$ とすると

$$2d = \text{波長} \times \text{整数}$$

が成り立つ。 $G_1$ と $G_2$ の交線の位置は暗線で、これを1番目とし、紙の先端に最も近い暗線を $m$ 番目とすると

$$2d = (m-1)\lambda' \quad \therefore d = \frac{m-1}{2}\lambda'$$

$$d \leq h \text{ であるから } \frac{m-1}{2}\lambda' \leq h$$

が成り立つ。これから

$$\begin{aligned} m &\leq \frac{2h}{\lambda'} + 1 = \frac{15\lambda}{\lambda'} + 1 \\ &= \frac{15 \times 6.0 \times 10^{-7}}{5.2 \times 10^{-7}} + 1 = 18.3 \end{aligned}$$

したがって  $m=18$ 本  $\text{答}$

(3) (1)と同様に、 $l = 19D$ が成り立つ。

屈折率を $n$ とすると

$$\begin{aligned} \frac{19}{2} \cdot \frac{\lambda}{n} &= h = 4.5 \times 10^{-6} \\ \therefore n &= \frac{19 \times 6.0 \times 10^{-7}}{9.0 \times 10^{-6}} = 1.3 \quad \text{答} \end{aligned}$$

165. 問題図のように $d_1, d_2$ をとると

$$r^2 = 2R_1 d_1 = 2R_2 d_2$$

が成り立つ。 $m$ 番目の暗線について

$$2(d_1 - d_2) = (m-1)\lambda$$

$$\therefore \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) r^2 = (m-1)\lambda$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{(m-1)\lambda R_1 R_2}{R_2 - R_1}} \quad \text{答}$$

液体中では波長が $\frac{\lambda}{n}$ となるから

$$r = \sqrt{\frac{(m-1)\lambda R_1 R_2}{n(R_2 - R_1)}} \quad \text{答}$$

166. (1)  $d \sin \theta = \lambda$  から  $\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$   $\text{答}$

(2)  $d \sin \varphi = \frac{\lambda}{n}$  から  $\sin \varphi = \frac{\lambda}{nd}$   $\text{答}$

$$(3) \sin \theta \doteq \frac{x}{l}, \sin \varphi \doteq \frac{y}{l}$$

$$\therefore d \cdot \frac{x}{l} = \lambda, \quad d \frac{y}{l} = \frac{\lambda}{n}$$

$$\therefore n = \frac{x}{y}$$

答

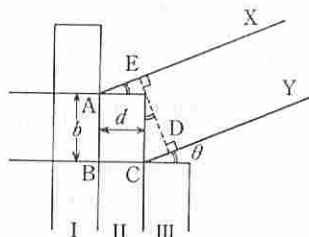
167. (1)  $\theta = 0$  の方向の場合、ガラス I だけを通過する光と I, II を通過する光について考える。厚さ  $d$  のガラスを空気の厚さに換算すると  $nd$  となるから、強め合う条件は

$$nd - d = m\lambda$$

$$\therefore (n-1)d = m\lambda$$

答

- (2) 下図の光線 AX, BCY を考える。



BC を空気の厚さに換算すると  $nd$  となるから、この 2 つの光の光路差は

$$nd + CD - AE$$

である。ところで

$$AE = d \cos \theta, \quad CD = b \sin \theta$$

であるから、光が強め合う条件は

$$nd + b \sin \theta - d \cos \theta = m\lambda$$

答

168. (1) 格子定数を  $d$  [m] とすると

$$d = \frac{1}{5000} \times 10^{-2} = 2.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\therefore \lambda = d \sin 15^\circ = 2.0 \times 10^{-6} \times 0.26 \\ = 5.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

答

- (2) 屈折率を  $n$  とすると

$$d \sin 11^\circ = \frac{\lambda}{n}$$

$$\therefore n = \frac{5.2 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-6} \times 0.19} = 1.4$$

答

169. (1)  $l \div \frac{\lambda}{n} = \frac{nl}{\lambda}$  [波長分]

答

$$(2) \frac{nl}{\lambda} - \frac{l}{\lambda} = N \text{ が成り立つから}$$

$$n = 1 + \frac{N\lambda}{l}$$

答

- (3) 上の式に数値を入れて

$$n = 1 + \frac{50 \times 5.8 \times 10^{-7}}{0.10} = 1.00029$$

答

170. 雲母の厚さを  $D$ , 屈折率を  $n$  とすると、これは厚さ  $nD$  の空気に相当するから、 $S_1$  を通って  $O$  に進む光の道のりが長くなったことに相当する。したがって、下方にあった明線が移動してきたわけである。

答 下方から

$$nD - D = m\lambda$$

が成り立つから

$$D = \frac{m\lambda}{n-1} = \frac{7 \times 5.9 \times 10^{-7}}{1.6-1}$$

$$= 6.9 \times 10^{-6} \text{ m}$$

答

171. 星の地球に対する速度を  $u$  [m/s] とすると、公式79から

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{u}{c} \quad \therefore u = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$$

$$u = \frac{1.326 \times 10^{-7}}{6.563 \times 10^{-7}} \times 2.998 \times 10^8$$

$$= 6.057 \times 10^7 \text{ m/s}$$

答

波長が長く観測されたのであるから、星雲は遠ざかっている。

172. (1) イオンの速さを  $u$  [m/s] とすると

$$4.663 \times 10^{-7} = \frac{c - u \cos 60^\circ}{c} \lambda$$

$$4.709 \times 10^{-7} = \frac{c - u \cos 120^\circ}{c} \lambda$$

2式の和をとって

$$9.372 \times 10^{-7} = 2\lambda$$

$$\therefore \lambda = 4.686 \times 10^{-7} \text{ m}$$

答

- (2) 2式の差をとって

$$4.6 \times 10^{-9} = \frac{u}{c} \lambda$$

これに  $\lambda$  と  $c$  の値を代入して

$$u = 2.9 \times 10^8 \text{ m/s}$$

答

173. (1) 光の速度も星の速度も決まっ

ているから

$$\frac{\nu_A'}{\nu_A} = \frac{\nu_B'}{\nu_B}$$

$$\frac{\nu_A - (\nu_A - \nu_A')}{\nu_A} = \frac{\nu_B - (\nu_B - \nu_B')}{\nu_B}$$

$$\therefore \frac{\nu_A - \nu_A'}{\nu_A} = \frac{\nu_B - \nu_B'}{\nu_B}$$

$\nu_A < \nu_B$  であるから

$$\nu_A - \nu_A' < \nu_B - \nu_B'$$

□

(2)  $\nu_A' = \nu_A \cdot \frac{C}{C+v}$  から

$$v = \frac{\nu_A - \nu_A'}{\nu_A} C$$

□

(3) 原子A, Bの速さの2乗の平均値をそれぞれ  $\overline{v_A^2}$ ,  $\overline{v_B^2}$  とすると, 等温度だから

$$\frac{1}{2} M_A \overline{v_A^2} = \frac{1}{2} M_B \overline{v_B^2}$$

(2) から  $\nu_A - \nu_A' = \frac{v}{C} \nu_A' \approx \frac{v}{C} \nu_A$

$v$  は熱運動の速度だけばらつくから

$$W_A = \nu_A \left\{ \left( 1 - \frac{v - v_A}{C} \right) - \left( 1 - \frac{v + v_A}{C} \right) \right\}$$

$$= \frac{2v_A \nu_A}{C}$$

同様に  $W_B = \frac{2v_B \nu_B}{C} \approx \frac{2v_B \nu_A}{C}$

以上から

$$\frac{M_A}{M_B} = \left( \frac{v_B}{v_A} \right)^2 = \left( \frac{W_B}{W_A} \right)^2 = 2^2 = 4$$

$$M_A : M_B = 4 : 1$$

□

# 第11章 電界とコンデンサー

174. 自然長を  $l_0$ , A の質量を  $m$ , 重力加速度を  $g$  とすると, 初めのつりあいについて

$$c(l_1 - l_0) = mg$$

電荷の絶対値を  $q$  とすると

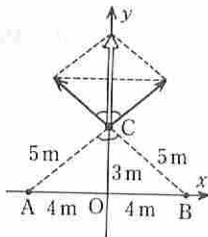
$$c(l_2 - l_0) = mg + \frac{kq^2}{r^2}$$

この2式を辺々引き算して

$$c(l_2 - l_1) = \frac{kq^2}{r^2} \quad \therefore q = r \sqrt{\frac{c(l_2 - l_1)}{k}} \quad \text{答}$$

175. C が A, B

の電荷から受ける力はいずれも斥力で大きさが等しいから, それらの合力は  $y$  軸の正の向きを向く. その合力を  $F$  [N] とすると



$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 2.5 \times 10^{-14}}{5^2} \times \frac{3}{5} \times 2 = 5.4 \times 10^{-6} \text{ N} \quad \text{答}$$

176. (1) 自然長を  $l_0$  とすると

$$\frac{kq^2}{l^2} = c(l_0 - l)$$

$$\therefore l_0 = l + \frac{kq^2}{cl^2} \quad \text{答}$$

- (2) B にはたらくクーロン力は B → A の向きだから, 電界による力を A → B の向きとすればよい. B の電荷は正だから, 電界を A → B の向きとすればよい.

$$\frac{kq^2}{l_0^2} = qE \quad \text{から}$$

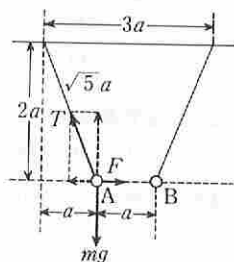
$$E = \frac{kq}{l_0^2} = \frac{kqc^2 l^4}{(cl^3 + kq^2)^2} \quad (\text{A} \rightarrow \text{B}) \quad \text{答}$$

177. (1) 2 球から固定端までの高さを  $h$  とすると

$$h^2 + a^2 = 5a^2$$

だから

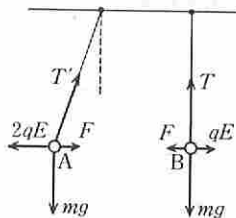
$h = 2a$   
2 球の質量を  $m$ , 静電気力を  $F$  とすると, 図から  
 $F : mg = 1 : 2$   
 $\therefore F = \frac{1}{2} mg$



答 いずれも  $\frac{1}{2}$  倍

- (2) B の電荷が

電界から受ける力は水平方向 A → B の向きだから電界の向きは水平方向 B → A の向きである. A は B から



ら引力を受け, 電界から B → A の向きに力を受ける. A が電界から受ける力の大きさは  $2qE$  である. B については  $F$  と  $qE$  がほぼつりあっているから,  $2qE$  は  $F$  のほぼ 2 倍である. したがって, A の糸は上図のように傾く.

178. (1) 糸 OA, AB の張力を,  $T_A$ ,  $T$  とし, クーロンの法則の比例定数を  $k$  として, A にはたらく力のつりあいを水平方向と鉛直方向に分けると

$$T_A \cos 60^\circ + \frac{kq^2}{l^2} + T = qE$$

$$T_A \sin 60^\circ = mg$$

となる. これを解いて

$$T = qE - \frac{mg}{\sqrt{3}} - \frac{kq^2}{l^2}$$

つりあいが成立するためには,

$$T \geq 0 \quad \therefore E \geq \frac{kq}{l^2} + \frac{mg}{\sqrt{3}q} \quad \text{答}$$

- (2) 図(a)の場合, 上の糸と下の糸が鉛直方

向となす角を  $\theta_1, \theta_2$  とし、Bにはたらく糸の引力とクーロン力の合力を  $T_B$  とすると

$$T_B \sin \theta_2 = qE$$

$$T_B \cos \theta_2 = mg$$

この2式から

$$T_B = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$$

$$\tan \theta_2 = \frac{qE}{mg} > 0$$

すなわち、糸 AB は右方へ傾いている。  
糸 OA の張力を  $T_A$  とすると、A について

$$T_A \sin \theta_1 = T_B \sin \theta_2 - qE = 0$$

$$T_A \cos \theta_1 = T_B \cos \theta_2 + mg = 2mg$$

が成り立たなければならない。これに B のつりあいの式を用いると

$$T_A = 2mg \neq 0, \quad \sin \theta_1 = 0$$

が成り立つ。したがって、糸 OA は鉛直になっている。以上から、(c) 答

179. (1) 小球の質量を  $m$ 、重力加速度を  $g$  とすると、初めのつりあいについて

$$ka = mg$$

電荷を  $q$  とすると、あとのつりあいでは

$$2ka = mg + qE$$

この2式から  $q = \frac{ka}{E}$  [C] 答

(2) 重力による位置エネルギーは  $mga$  だけ減少し、弾性力による位置エネルギーは

$$\frac{1}{2}k(2a)^2 - \frac{1}{2}ka^2 = \frac{3}{2}ka^2$$

だけ増加している。求める仕事は

$$\frac{3}{2}ka^2 - mga = \frac{1}{2}ka^2$$
 [1] 答

180. (1) 電界 0 の点は A, B の電界のつくる電界が等大、逆向きの点である。A, B の電荷は異符号だから、この点は  $x$  軸上で  $x > 2$  または  $x < -3$  の所にある。A の電荷の絶対値が B の電荷よりも大きいから、この点は  $x > 2$  にある。その点の座標を  $(x, 0)$  とすると

$$\frac{5 \times 10^{-8}}{(x-2)^2} = \frac{2 \times 10^{-7}}{(x+3)^2}$$

すなわち  $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 = \frac{20}{5} = 4$

したがって  $\frac{x+3}{x-2} = \pm 2$

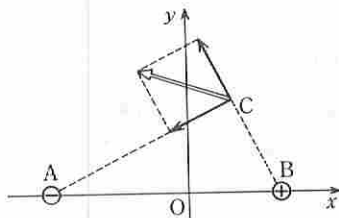
これから  $x = 7$  答 点 (7, 0)

(2)  $AC = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$

$BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore AC^2 + BC^2 = 25 = AB^2$

したがって  $\angle ACB = 90^\circ$



A の電荷による C の電界は C → A の向き

大きさは  $9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-7}}{20} = 90 \text{ V/m}$

B の電荷による C の電界は B → C の向き

大きさは  $9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-8}}{5} = 90 \text{ V/m}$

合成電界は上図の向きで

大きさは  $90\sqrt{2} = 1.3 \times 10^2 \text{ V/m}$  答

181. (1) 電界が等しいということは、受ける力が等しいということだから、B の電荷から受ける力を求めて

$$k \cdot \frac{q^2}{(2a)^2} = \frac{kq^2}{4a^2}$$
 [N] 答

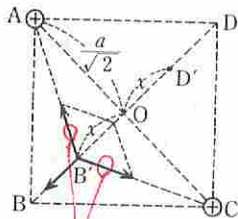
(2) A, B の電荷が C につくる電界の和を求めて

$$k \cdot \frac{q}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + k \cdot \frac{q}{\left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{40kq}{9a^2}$$
 [N/C] 答

182. (1) A と C の電荷が O につくる電界は等大、逆向きだから打消し合う。したがって、B が O につくる電界だけ考えればよい。向きは O → B で、大きさは

$$k \cdot \frac{q}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{2kq}{a^2} \text{ [V/m]} \quad \text{答}$$

- (2) 2つの負電荷がOに関して対称な位置にあるのは明らかで、Oからの距離を  $x$  とする。Bの負電荷  $B'$  がA, C,  $D'$  の電荷から受ける力は上図の向きで、この3力が釣りあうから、 $\angle AB'O = \theta$  とすると



$$k \cdot \frac{q^2}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2} \cdot \cos \theta \times 2 = k \cdot \frac{q^2}{(2x)^2}$$

この式に  $\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2}}$  を代入して

$$\left\{ \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2 \right\}^{\frac{3}{2}} = (2x)^3$$

したがって  $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2 = (2x)^2$

$$\therefore x = \frac{a}{\sqrt{6}} \text{ [m]} \quad \text{答}$$

183. 粒子の運動エネルギーは受けた負の仕事だけ変化するから

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -qV$$

$$\therefore v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2qV}{m}}$$

これに各数値を入れて

$$\sqrt{\frac{(2 \times 10^5)^2 - 2 \times 3.2 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^2}{6.4 \times 10^{-27}}} = 1.0 \times 10^5 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

184.  $r$  [m] まで近づけるものとする

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = k \frac{79e \cdot 2e}{r}$$

$$\therefore r = \frac{2k \times 79 \times 2e^2}{mv_0^2}$$

$$= \frac{2 \times 9 \times 10^9 \times 79 \times 2 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{6.6 \times 10^{-27} \times (1.6 \times 10^7)^2} = 4.3 \times 10^{-14} \text{ m} \quad \text{答}$$

185. (1) 力の向きは電界の向き、A→Bの力の大きさを  $F$  [N] とすると

$$F = 2 \times 10^{-8} \times 5 \times 10^3 = 1.0 \times 10^{-4} \text{ N} \quad \text{答}$$

- (2) 仕事を  $W$  [J] とすると

$$W = 1.0 \times 10^{-4} \times 0.10 = 1.0 \times 10^{-5} \text{ J} \quad \text{答}$$

- (3) 電位差を  $V$  [V] とすると

$$V = \frac{W}{q} = \frac{1 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-8}} = 5.0 \times 10^2 \text{ V} \quad \text{答}$$

$$\text{別解 } V = Ed = 5 \times 10^3 \times 0.10 = 5.0 \times 10^2 \text{ V}$$

186. (1) OA間の電界の強さは

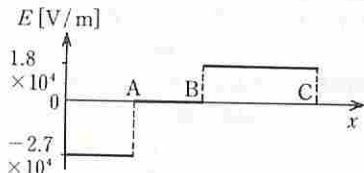
$$\frac{1.6 \times 10^3}{0.06} = 2.7 \times 10^4 \text{ V/m, A} \rightarrow \text{Oの向き}$$

AB間の電界の強さは0

BC間の電界の強さは

$$\frac{1.6 \times 10^3}{0.09} = 1.8 \times 10^4 \text{ V/m, B} \rightarrow \text{Cの向き}$$

以上から、グラフは下図のようになる。



- (2) 力の大きさを  $F$  [N] とすると

$$F = 3 \times 10^{-17} \times \frac{1.6 \times 10^3}{0.06} = 8.0 \times 10^{-13} \text{ N} \quad \text{答}$$

- (3) 求める速さを  $v$  [m/s] とすると

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -qV \text{ から}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2qV}{m}} = \sqrt{(5 \times 10^5)^2 - \frac{2 \times 3 \times 10^{-17} \times 1.6 \times 10^3}{6 \times 10^{-25}}} = 3.0 \times 10^5 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

- (4) OからAまでは平均の速さ  $4.0 \times 10^5$  m/s で進むのと同じで



$$\frac{0.060}{4 \times 10^8} = 1.5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

AからBまでは等速度運動であるから

$$\frac{0.060}{3 \times 10^8} = 2.0 \times 10^{-7} \text{ s}$$

合計で  $3.5 \times 10^{-7} \text{ s}$  答

(5) BからCまではAからBまでの間に受けた負の仕事と等しい正の仕事を受ける。

したがって、Cにおける速さは

$$5.0 \times 10^5 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

187. (1) AとNは電界に垂直な直線上にあるから等電位。 答 0

NB間の距離は  $\frac{\sqrt{3}}{2}l$  [m]、NB間の電位

差は  $\frac{\sqrt{3}}{2}El$  [V] 答

AB間の電位差も  $\frac{\sqrt{3}}{2}El$  [V] 答

(2) (ア) 小球にはたらいている力は、重力、棒が引く力、電界による力の3力で、これらがつりあう。  $\angle AOB = 60^\circ$  であるから棒が引く力を  $T$  [N]、電荷を  $q$  [C] とすると

$$T \sin 60^\circ = |q|E$$

$$T \cos 60^\circ = mg$$

$|q|E$  は電界の向きと反対だから

$$q = -\frac{\sqrt{3}mg}{E} \text{ [C]} \quad \text{答}$$

(イ) 負電荷がAにあるときはBにあるときより静電気力による仕事エネルギーが

$$U = \frac{\sqrt{3}mg}{E} \times \frac{\sqrt{3}El}{2} = \frac{3}{2}mgl \text{ [J]}$$

だけ大きい、重力による位置エネルギー

は  $U' = \frac{1}{2}mgl$  [J] だけ小さい、し

たがって、加えるべき仕事は

$$\frac{3}{2}mgl - \frac{1}{2}mgl = mgl \text{ [J]} \quad \text{答}$$

(ウ) 金属球にはたらく重力と静電気力の合力の方向 (QBの方向) が見かけの重力の方向であるから、Bを中心としてABD間で振動する。 答

Bを通るときの速さを  $v$  [m/s] とすると

$$\frac{3}{2}mgl = \frac{1}{2}mgl + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore \sqrt{2gl} \text{ [m/s]} \quad \text{答}$$

188. (1) 座標  $x$  の点の電位を  $V$  とすると、与えられたグラフを示す式は

$$\frac{|x|}{D} + \frac{V}{V_0} = 1 \quad \therefore V = V_0 \left(1 - \frac{|x|}{D}\right)$$

この位置での粒子の速さを  $v$  とすると

$$\frac{1}{2}mv^2 - qV = -W_0$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = qV_0 \left(1 - \frac{|x|}{D}\right) - W_0 \geq 0$$

したがって、求める範囲は

$$|x| \leq D \left(1 - \frac{W_0}{qV_0}\right) \quad \text{答}$$

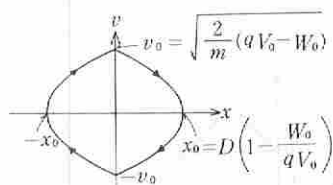
(2) (1)の式から、 $x=0$  のとき

$$v \text{ の最大値} = \sqrt{\frac{2(qV_0 - W_0)}{m}} \quad \text{答}$$

(3) (1)の式から

$$v = \pm \sqrt{\frac{2}{m} \left\{ qV_0 \left(1 - \frac{|x|}{D}\right) - W_0 \right\}}$$

この式をグラフにすると、下図の2つの放物線になる。運動の方向は、 $v > 0$  のとき  $x$  が増加し、 $v < 0$  のとき  $x$  が減少することから判断する。



(4) 初め、粒子が  $x = D \left(1 - \frac{W_0}{qV_0}\right)$  にい

るとすると、そのときの速度は0。粒子にはたらく力は負の向きに

$$F = q \cdot \frac{V_0}{D}$$

であるから、加速度を  $a$  とすると

$$a = -\frac{F}{m} = -\frac{qV_0}{mD}$$

原点までにかかる時間を  $t$  とすると

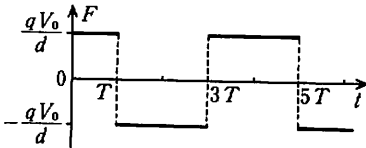
$$\frac{1}{2}at^2 = D \left(1 - \frac{W_0}{qV_0}\right)$$

求める時間  $T$  は  $t$  の 4 倍で

$$T = 4t = \frac{4D}{qV_0} \sqrt{2m(qV_0 - W_0)} \quad \text{答}$$

189. (1) AB 間の電界の強さは  $\frac{V_0}{d}$  で、

粒子にはたらく力の大きさは  $\frac{qV_0}{d}$ 。向きは交互に反対になるから、グラフは下図のようになる。



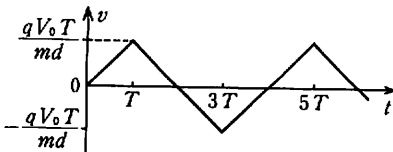
(2) 加速度の大きさを  $a$  とすると

$$a = \frac{qV_0}{md}$$

$$\therefore v_1 = aT = \frac{qV_0 T}{md} \quad \text{答}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}aT^2 = \frac{qV_0 T^2}{2md} \quad \text{答}$$

(3) A の電位が  $-V_0$  のときの加速度は  $-a$  となり、 $v-t$  グラフの傾きが加速度を表すから、グラフは下図のようになる。



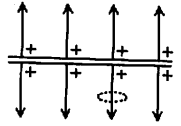
(4)  $v-t$  グラフが  $t$  軸と囲む面積は移動距離を表すから、 $t=0$  から  $2T$  までに移動した距離は

$$\frac{qV_0 T}{md} \times T = \frac{qV_0 T^2}{md}$$

で、これが  $\frac{d}{2}$  より小さければよいから

$$\frac{2qV_0 T^2}{md} < d \quad \text{答}$$

190. 金属板に平行な方向から見ると電界のようすはどの方向から見ても同じはずである。



したがって、電界は金属板に垂直で、一様である。金属板の単位面積から出る電気力線の総数は  $4\pi kq$  で、これはすべて、極板に平行な  $1\text{m}^2$  の面を貫く。したがって、電界の強さは

$$4\pi kq \text{ [V/m]} \quad \text{答}$$

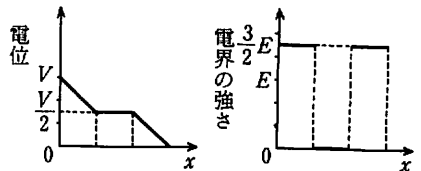
191. B の容量を  $C$  [ $\mu\text{F}$ ] とすると

$$C = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = 4.5 \mu\text{F} \quad \text{答}$$

192. (1) 電池をつないだままだから、A の電位は  $V$  である。M はいたるところ等電位で、M の電位は  $\frac{V}{2}$  である。したがって、AM 間、MB 間の電界の強さは

$$\frac{V}{2} \div \frac{d}{3} = \frac{3V}{2d} = \frac{3}{2}E$$

したがって、グラフは下図のようになる。



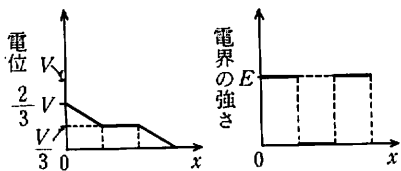
(2) 電池をはずした後だから、A、B 上の電荷は不変で、したがって、電界の強さも変わらない。電位の傾きが電界の強さを表すから、M の電位は

$$E \times \frac{d}{3} = \frac{V}{3}$$

AM 間の電位差も  $\frac{V}{3}$  だから、A の電位は

$$\frac{V}{3} \times 2 = \frac{2}{3}V$$

したがって、グラフは次のようになる。



193. (1) Bの接地をはずしてあるから、BのA側の電荷は一定であり、AB間の電界の強さも一定である。したがって、AとBの間隔を2倍にすると、AB間の電位差も2倍になる。Aの電位はVで、BはAより2Vだけ低いから、Bの電位は

$$V - 2V = -V \text{ [V]} \quad \text{答}$$

(2) Mを入れても、AM間とMB間の電界の強さは変わらない。これをEとすると

$$Ed = V$$

AM間、MB間の電位差はいずれも

$$E \times \frac{d}{2} = \frac{V}{2}$$

∴ Mの電位 =  $V - \frac{V}{2} = \frac{V}{2}$  [V] (ア) の答

Bの電位 =  $\frac{V}{2} - \frac{V}{2} = 0V$  (イ) の答

(3) MB間の電位差は

$$E \times d = V$$

∴ Bの電位 =  $\frac{V}{2} - V = -\frac{V}{2}$  [V] 答

194. (1) 極板面積を  $S \text{ [m}^2\text{]}$  とすると、  
例題123から

$$F = \frac{CV^2}{2d} = \frac{\epsilon SV^2}{2d^2}$$

電池を接続したままだからVは一定。したがって、Fは $d^2$ に反比例する。 答

(2) 電荷が一定だから、UをQで表して

$$F = \frac{Q^2}{2C} \cdot \frac{1}{d} = \frac{Q^2}{2\epsilon S}$$

したがって、Fはdに無関係である。 答

195. (1) 合成容量を  $C \text{ [}\mu\text{F]}$  とすると

(a)  $C = 2 + 3 + 6 = 11 \mu\text{F}$  答

(b)  $\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

∴  $C = 1.0 \mu\text{F}$  答

(c)  $C_2$  と  $C_3$  の合成容量は  $9 \mu\text{F}$  だから

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{9}$$

∴  $C = 1.6 \mu\text{F}$  答

(2) 電荷は容量の比に分配されるから

$C_1$  の電荷 =  $22 \times \frac{2}{11} = 4.0 \mu\text{C}$  答

(3) 電圧は容量の逆比に分配される。容量の逆比は

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 3 : 2 : 1$$

であるから、最大電圧を  $V \text{ [V]}$  とすると

$$\frac{3}{6} V \leq 600, \quad \frac{2}{6} V \leq 500, \quad \frac{1}{6} V \leq 400$$

これを同時に満足するVの最大値は

$$1200 \text{ V} \quad \text{答}$$

(4)  $C_3$  には  $60 \mu\text{C}$  が蓄えられているから  $C_1$  には  $90 \mu\text{C}$  が蓄えられている。したがって、全電圧を  $V \text{ [V]}$  とすると

$$V = \frac{90}{2} + \frac{30}{3} = 55 \text{ V} \quad \text{答}$$

196. (1) 初めの容量を  $C$  とすると、

AD間の容量は  $\frac{d}{d-x} C$ 、DB間の容量は

$\frac{\epsilon d C}{x}$ 。この2つが直列に接続されている

のであるから、電圧がこの逆比に分配されている。したがって、DB間の電圧は

$$V \cdot \frac{\frac{dC}{d-x}}{\frac{dC}{d-x} + \frac{\epsilon d C}{x}} = \frac{xV}{x + \epsilon(d-x)} \quad \text{答}$$

(2) AD間の電圧は  $\frac{\epsilon(d-x)}{x + \epsilon(d-x)} V$  であるから、蓄えられる電気量は

$$\frac{dC}{d-x} \cdot \frac{\epsilon(d-x)}{x + \epsilon(d-x)} V = \frac{\epsilon d C V}{x + \epsilon(d-x)}$$

したがって、初めの電気量の

$$\frac{\epsilon d}{x + \epsilon(d-x)} \text{ 倍} \quad \text{答}$$

別解 合成容量が  $\frac{\epsilon d C}{x + \epsilon(d-x)}$  となるから、

電気量は  $\frac{\epsilon d}{x + \epsilon(d-x)}$  倍となる。

197. (1) 初めの AB の容量を  $C$  とする。  
誘導体を入れたときの合成容量は  $C'$  は

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{2\epsilon C} \quad \therefore C' = \frac{2\epsilon C}{\epsilon + 1}$$

電気量は一定であるから

$$CV = C' \cdot \frac{2V}{3}$$

この2式から  $\epsilon = 3$  答

- (2) 電気量を  $Q$  とすると、初めとあとのエネルギーは、 $\frac{1}{2}QV$ ,  $\frac{1}{2}Q \cdot \frac{2V}{3}$  である

から  $\frac{2}{3}$  倍 答

- (3) 誘電体上の電荷を  $q$  とすると

$$\frac{Q}{Q-q} = \epsilon = 3$$

$$\therefore \frac{q}{Q} = \frac{2}{3} \text{ 倍} \quad \text{答}$$

198.  $S_1$  を閉じたとき、 $C_1$  に  $20 \mu\text{C}$  が蓄えられる。 $C_2$  の容量を  $C$  とすると、 $S_1$  を開いて  $S_2$  を閉じたとき、 $C_2$  には  $8\text{C} [\mu\text{C}]$ ,  $C_1$  に  $8 \mu\text{C}$  が蓄えられ、その和が  $20 \mu\text{C}$  であるから

$$8 + 8C = 20 \quad \therefore C = 1.5 \mu\text{F} \quad \text{答}$$

失われた静電エネルギー

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times 1 \times 20^2 - \frac{1}{2} (1 + 1.5) \times 8^2 \right\} \times 10^{-6}$$

$$= 1.2 \times 10^{-4} \text{ J} \quad \text{答}$$

199. (1)  $C_1, C_2$  は直列だから、 $C_2$  にかかる電圧は  $30 \times \frac{1}{1+2} = 10 \text{ V}$  答

- (2) (1) のとき、 $C_2$  ( $C_1$  にも) に  $20 \mu\text{C}$  が蓄えられる。これが  $S_2$  を閉じたとき、容量の比に配分されるから、 $C_2$  に残る電気量は  $20 \times \frac{2}{2+3} = 8 \mu\text{C}$

したがって、電圧は

$$\frac{8}{2} = 4.0 \text{ V} \quad \text{答}$$

- (3)  $S_1$  を閉じる前、 $C_1, C_2$  には右上図の

ように電荷が蓄えられている。 $S_1$  を閉じたとき、右下図のように電荷が蓄えられるとすると、点線内の電気量の和は保存されるから

$$-Q_1 + Q_2 = -20 + 8$$

電圧について

$$\frac{Q_1}{1} + \frac{Q_2}{2} = 30$$

この2式から  $Q_2 = 12 \mu\text{C}$

$$\therefore \text{AB間の電圧} = \frac{12}{2} = 6.0 \text{ V} \quad \text{答}$$

- (4)  $S_1$  を開いて  $S_2$  を閉じる前、 $C_2$  には  $12 \mu\text{C}$ ,  $C_3$  には (2) から  $12 \mu\text{C}$  が蓄えられている。 $S_2$  を閉じたとき、AB間の電圧が  $V' [\text{V}]$  になるとすると

$$2V' + 3V' = 12 + 12$$

$$\therefore V' = 4.8 \text{ V} \quad \text{答}$$

200. (1) A側に入れたとき、 $C_1$  の下の極板に  $-\frac{1}{2}CV$ ,  $C_3$  の右の極板に  $\frac{1}{2}CV$  が蓄えられている。B側に入れたとき  $C_1$  の下の極板に  $-Q_1$ ,  $C_2$  の上の極板に  $Q_2$  が蓄えられるものとする

電気量保存により

$$-Q_1 + Q_2 = -\frac{1}{2}CV$$

電圧について

$$\frac{Q_1}{C} + \frac{Q_2}{C} = 2V$$

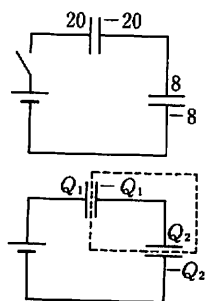
この2式から

$$Q_1 = \frac{5}{4}CV, \quad Q_2 = \frac{3}{4}CV$$

したがって、それぞれの電圧は

$$C_1: \frac{5}{4}V, \quad C_2: \frac{3}{4}V, \quad C_3: \frac{V}{2} \quad \text{答}$$

- (2) 2回目にAに入れる前には次頁右上図のように電荷が蓄えられている。Aに入れ



たとき、右下図のように蓄えられるとする

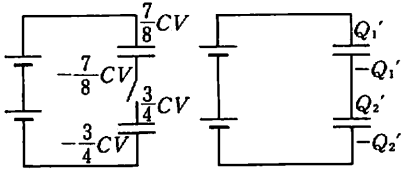
$$-Q_1 + Q_3 = \left(-\frac{5}{4} + \frac{1}{2}\right) CV$$

$$\frac{Q_1}{C} + \frac{Q_3}{C} = V$$

この2式から

$$Q_1 = \frac{7}{8} CV, \quad Q_3 = \frac{1}{8} CV$$

Bに入れる前には下左図のように電荷が蓄えられている。次にBに入れたとき、右下図のように蓄えられるとする。



$$-Q_1' + Q_2' = \left(-\frac{7}{8} + \frac{3}{4}\right) CV$$

$$\frac{Q_1'}{C} + \frac{Q_2'}{C} = 2V$$

この2式から

$$Q_1' = \frac{17}{16} CV, \quad Q_2' = \frac{15}{16} CV$$

したがって、2回終わったときの電圧は

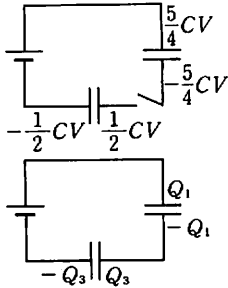
$$C_1: \frac{17}{16} V, \quad C_2: \frac{15}{16} V, \quad C_3: \frac{1}{8} V$$

同様に、3回終わったときの電圧は

$$C_1: \frac{65}{64} V, \quad C_2: \frac{63}{64} V, \quad C_3: \frac{1}{32} V$$

したがって、 $n$ 回終わったときの電圧は

$$C_1: \frac{4^n + 1}{4^n} V, \quad C_2: \frac{4^n - 1}{4^n} V,$$



$$C_3: \frac{2}{4^n} V \quad \text{答}$$

201. (1)  $S_1$  を閉じたとき、Mの上面、下面にそれぞれ  $CV$  の電荷が蓄えられる。 $S_1$  を開いてMを上方へ  $x$  だけずらしたときAの電荷は不変だから、Mの上面の電荷も不変である。Mの全電荷は不変だからMの下面の電荷も、したがってBの電荷も不変である。ゆえに、MA間、MB間の電界は変わらないから、電位差は距離に比例するので

$$V_1 = \frac{d+x}{d} V \quad \text{答}$$

$$V_2 = \frac{d+x}{d} V - \frac{d-x}{d} V = \frac{2x}{d} V \quad \text{答}$$

- (2)  $S_1$  を閉じているから、MA間、MB間の電位差は等しい。MA間、MB間の容量は、それぞれ  $\frac{d}{d-x} C$ 、 $\frac{d}{d+x} C$  となり、Mの全電気量は一定であるから

$$\frac{d}{d-x} CV_3 + \frac{d}{d+x} CV_3 = 2CV$$

$$\therefore V_3 = -\frac{d^2 - x^2}{d^2} V \quad \text{答}$$

202. (1) 初めのABの容量を  $C$  とすると、AMの容量は  $4C$ 、MBの容量は  $2C$  である。初めのAの電荷は  $2CV$ 、あとの電荷は  $4CV$  だから、通過した電気量は

$$4CV - 2CV = 2CV, \text{ 上向き} \quad \text{答}$$

- (2) Mの左の面に  $-4CV$ 、右の面には  $2CV$  が現れるから

$$\text{全電気量} = -4CV + 2CV = -2CV \quad \text{答}$$

- (3)  $S_1, S_2$  を開いたから、A、Bの電荷もMの左右の面の電荷も変わらず、したがって、電界も変わらない。電位差は距離に比例するから、Aの電位は  $2V$  答

## 第12章 直流回路

203. (ア)  $\frac{V}{l}$  (イ) 反対 (ウ)  $\frac{eV}{l}$

(エ)  $\frac{eV}{ml}$  (オ)  $\frac{eVl}{ml}$  (カ)  $\frac{eV\Delta t}{2ml}$

(キ)  $I = nSve = \frac{ne^2 S\Delta t}{2ml} \cdot V$

(ク)  $R = \frac{2ml}{ne^2 S\Delta t}$

204. (1) 銅 1 モル (63.55 g) の中に  $6.02 \times 10^{23}$  個の原子がある。1 cm<sup>3</sup> (8.93 g) の中には

$$6.02 \times 10^{23} \times \frac{8.93}{63.55} = 8.46 \times 10^{22} \text{ 個}$$

の原子があるから、1 m<sup>3</sup> の中には

$$8.46 \times 10^{22} \times 10^6 = 8.46 \times 10^{28} \text{ 個} \quad \text{答}$$

(2)  $I = nSve$  から

$$v = \frac{I}{neS}$$

$$= \frac{1.7}{8.5 \times 10^{28} \times 1.60 \times 10^{-19} \times 0.50 \times 10^{-6}}$$

$$= 2.5 \times 10^{-4} \text{ m/s} \quad \text{答}$$

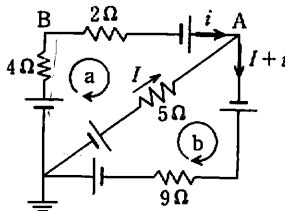
205. (1)  $R = \frac{40}{1.6} = 25 \Omega \quad \text{答}$

(2)  $V = 15 \times 24 = 360 \text{ V} \quad \text{答}$

206.  $R = \rho \frac{l}{S} = 1.1 \times 10^{-6} \times \frac{3.14}{\pi(0.5 \times 10^{-3})^2}$   
 $= 4.4 \Omega \quad \text{答}$

207. (1)

R に流れる電流を I, BA 間に流れる電流を i とする。部分回路 a, b について次式が成り立つ。



$$6 + 6 - 6 = 6i - 5I$$

$$6 + 6 + 6 = 9(I + i) + 5I$$

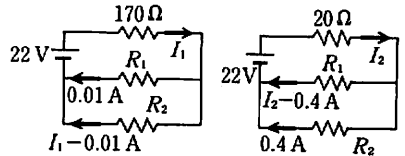
この 2 式を解いて  $I = 0.42 \text{ A} \quad \text{答}$

(2) (1) の 2 式から  $i = 1.35 \text{ A}$

B の電位 =  $6 - 4 \times 1.35 = 0.60 \text{ V} \quad \text{答}$

A の電位 =  $6 - 5 \times 0.42 = 3.9 \text{ V} \quad \text{答}$

208. 2 つの場合、R に流れる電流を  $I_1, I_2$  とすると、各部に下図のように流れる。



左図の場合  $\begin{cases} 22 = 170I_1 + 0.01R_1 & \dots\dots ① \\ 0.01R_1 = (I_1 - 0.01)R_2 & \dots\dots ② \end{cases}$

右図の場合  $\begin{cases} 22 = 20I_2 + (I_2 - 0.4)R_1 & \dots\dots ③ \\ (I_2 - 0.4)R_1 = 0.4R_2 & \dots\dots ④ \end{cases}$

②から  $I_1 = \frac{0.01(R_1 + R_2)}{R_2} \quad \dots\dots ⑤$

⑤を①に代入し、整理して  $2200R_2 = 170(R_1 + R_2) + R_1R_2 \quad \dots\dots ⑥$

④から  $I_2 = \frac{0.4(R_1 + R_2)}{R_1} \quad \dots\dots ⑦$

⑦を③に代入し、整理して  $55R_1 = 20(R_1 + R_2) + R_1R_2 \quad \dots\dots ⑧$

⑥と⑧の差をとって  $2200R_2 - 55R_1 = 150(R_1 + R_2) \quad \dots\dots ⑨$

これから  $R_1 = 10R_2 \quad \dots\dots ⑩$

⑩を⑤に入れて  $I_1 = 0.11 \text{ A} \quad \dots\dots ⑪$

⑩を①に入れて  $R_1 = 330 \Omega \quad \text{答}$

209. (1)  $S_1$  を閉じたとき、CC' 間の電圧は 3.0 V であるとみてよいから

$$\frac{6}{2x + R} \cdot R = 3$$

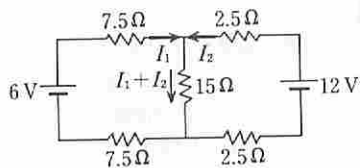
$S_2$  を閉じたとき、CC' 間の電圧は 9.0 V であるとみてよいから

$$\frac{12}{2(10 - x) + R} \cdot R = 9$$

この 2 式を解いて

$$x = 7.5 \text{ m}, \quad R = 15 \Omega \quad \text{答}$$

(2) AC, BC に流れる電流をそれぞれ  $I_1,$



$I_2$  [A] とすると、左の回路と右の回路について

$$6 = 15I_1 + 15(I_1 + I_2)$$

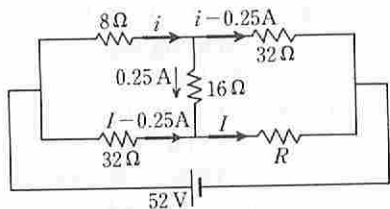
$$12 = 5I_2 + 15(I_1 + I_2)$$

これを解いて

$$I_1 = -0.16 \text{ A}, \quad I_2 = 0.72 \text{ A}$$

- 答 { AC: 左向きに 0.16 A  
 BC: 左向きに 0.72 A  
 CC': 下向きに 0.56 A

210. (1)  $R$  に右向きに  $I$  [A] の電流が流れ、 $8\Omega$  の抵抗に右向きに  $i$  [A] の電流が流れるとすると、各部に下図のように流れる。



$$52 = 8i + 32(i - 0.25) \quad \dots\dots ①$$

$$8i + 16 \times 0.25 - 32(I - 0.25) = 0 \quad \dots\dots ②$$

$$32(i - 0.25) - RI - 16 \times 0.25 = 0 \quad \dots\dots ③$$

①から  $i = 1.5 \text{ A}$

これを②に代入して  $I = 0.75 \text{ A}$

$i, I$  の値を③に代入して

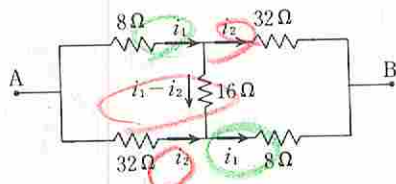
$$R = 48 \Omega \quad \text{答}$$

(2) ホイートストンブリッジの回路だから

$$\frac{8}{32} = \frac{32}{R} \quad \therefore R = 128 \Omega \quad \text{答}$$

(3) 回路は  $16\Omega$  の抵抗に関して点対称となるから、2つの  $8\Omega$  と2つの  $32\Omega$  にそれぞれ等しい電流が流れる。これをそれぞれ  $i_1, i_2$  [A] とする。

AB間の電圧を  $V$  [V] とし、AB間の合成抵抗を  $R$  [Ω] とすると



$$V = 8i_1 + 32i_2 = R(i_1 + i_2) \quad \dots\dots ①$$

左の回路について

$$8i_1 + 16(i_1 - i_2) - 32i_2 = 0 \quad \dots\dots ②$$

②から  $i_1 = 2i_2$

これを①に代入して  $R = 16 \Omega \quad \text{答}$

211.  $20\Omega$  の抵抗にかかる電圧は

$$40 \times \frac{20}{20+30} = 16 \text{ V} \quad \text{答}$$

$20\Omega$  の抵抗に流れる電流は

$$4.0 \times \frac{30}{20+30} = 2.4 \text{ A} \quad \text{答}$$

212.  $R_1 + R_2 + R_3 = 190 \quad \dots\dots ①$

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{15} \quad \dots\dots ②$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 60 \quad \dots\dots ③$$

②から  $\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{15}$

③を上式に代入して

$$\frac{1}{60 - R_3} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{15}$$

これを解いて  $R_3 = 30 \Omega \quad \text{答}$

$R_3$  の値を①に代入して

$$R_1 + R_2 = 160 \quad \dots\dots ④$$

これと  $R_3$  の値を③に代入して

$$R_1 R_2 = 4800 \quad \dots\dots ⑤$$

④と⑤から、 $R_1, R_2$  は

$$x^2 - 160x + 4800 = 0$$

の2根であるから

$$R_1 = 40 \Omega, \quad R_2 = 120 \Omega \quad \text{答}$$

$$\text{または } R_1 = 120 \Omega, \quad R_2 = 40 \Omega$$

213. ABの単位長さあたりの抵抗を  $r$  とすると、AC, CBの抵抗は  $rl_1, rl_2$  である。Gに電流が流れないとき

$$\frac{r l_1}{R_0} = \frac{r l_2}{R} \quad \text{から} \quad R = R_0 \cdot \frac{l_2}{l_1} \quad \text{答}$$

## 214. (1) 回

路をかき替える  
と右図のよう  
になるから、 $R$   
に電流が流れ  
ないとき

$$\frac{20}{10} = \frac{40}{R_3}$$

が成り立つ、 $\therefore R_3 = 20 \Omega$  答

( $R_1$  はいくらでもよい)

(2)  $R$  に電流が流れないから、はずして考  
えてよい、be 間の合成抵抗は

$$\frac{60 \times 30}{60 + 30} = 20 \Omega$$

であるから、be 間の電圧は

$$5 \times \frac{20}{5 + 20} = 4.0 \text{ V}$$

ce 間、de 間の電圧は

$$4 \times \frac{40}{20 + 40} = 2.7 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} V_a &= 5.0 \text{ V}, & V_b &= 4.0 \text{ V} \\ V_c &= V_d = 2.7 \text{ V} \end{aligned}$$

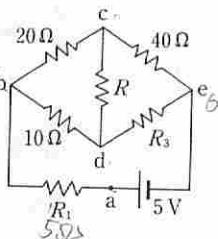
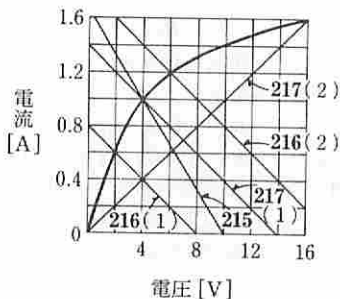
215.  $L$  にかかる電圧を  $V$  [V]、 $L$  に流  
れる電流を  $I$  [A] とすると

$$V + 6I = 10$$

この式のグラフを描き、特性曲線との交点  
を読んで  $I = 1.0 \text{ A}$

$20 \Omega$  の抵抗には  $0.50 \text{ A}$  が流れるから、  
 $R$  には  $1.5 \text{ A}$  が流れる、 $R$  の両端の電圧は

$20 \text{ V}$  であるから  $R = \frac{20}{1.5} = 13 \Omega$  答



216. (1) 1つの  $L$  の両端の電圧を  $V$   
[V]、流れる電流を  $I$  [A] とすると

$$2V + 20I = 16$$

この式のグラフと特性曲線との交点を読  
んで  $I = 0.60 \text{ A}$  答

(2)  $L$  の両端の電圧を  $V$  [V]、1つの  $L$   
に流れる電流を  $I$  [A] とすると、抵抗には  
 $2I$  [A] が流れるから

$$V + 5 \times 2I = 18$$

この式のグラフと特性曲線との交点を読  
んで  $I = 1.2 \text{ A}$

電池から流れる電流は  $2I = 2.4 \text{ A}$  答

217. (1) 回路は  $G$  に関して点対称であ  
るから、2つの  $L$  には等しい電流が流れる。  
 $L$  にかかる電圧を  $V$  [V]、 $L$  に流れる電  
流を  $I$  [A] とすると

$$V + 10I = 14$$

この式のグラフと特性曲線との交点を読  
んで  $I = 1.0 \text{ A}$ 、 $V = 4 \text{ V}$

AC 間の電圧は  $10 \times 1.0 = 10 \text{ V}$

したがって、CD 間の電圧は

$$10 - 4 = 6.0 \text{ V} \quad \text{答}$$

(2)  $G$  に流れないとき、 $L$  の抵抗は  $10 \Omega$   
であるから、 $V = 10I$  が成り立つ。この  
式のグラフと特性曲線との交点を読んで

$$V = 16 \text{ V}, \quad I = 1.6 \text{ A}$$

したがって、電源電圧は  $32 \text{ V}$  答

218. (1)  $L_1$  には  $0.90 \text{ A}$ 、 $L_2$  には  $0.50$   
 $\text{A}$  答

(2) (ア)  $L_1$  には  $15 \text{ V}$ 、 $L_2$  には  $70 \text{ V}$  の電  
源がかかるから、電源電圧は  $85 \text{ V}$  答

(イ)  $L_1$  と  $L_2$  に等しい電流が流れ、電圧  
の和が  $50 \text{ V}$  になればよい、答  $0.40 \text{ A}$

219. (1)  $R$  にかかる電圧を  $V$ 、 $R$  に流  
れる電流を  $I$  とし、電圧計、電流計の指示  
値をそれぞれ、 $v$ 、 $i$  とすると

$$(a) \quad v = V, \quad i = I + \frac{v}{r_v}, \quad I = \frac{V}{R}$$

$$(b) \quad i = I, \quad v = V + r_A I, \quad V = RI$$

したがって、 $R$  が  $r_A$  と同じ程度で、 $r_v$   
よりずっと小さい場合、(a) が適する。

(2) 電流を流すと抵抗が  $6 \Omega$  くらいになる。



(a)の場合,  $i = \frac{V}{6} + \frac{V}{10^3}$  だから,  $I = \frac{V}{6}$

としたときの誤差は  $\frac{1}{10^3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{200}$

(b)の場合,  $v = 6I + 0.5I$  であるから,  
 $V = 6I$  としたときの誤差は

$$0.5I \div 6I = \frac{1}{12}$$

したがって, (a)の方が適する。

220. (1) 分流器に 99mA が流れるから

$$\frac{10.0}{99} = 0.101 \Omega$$

の分流器をコイルに並列につなげばよい。

⊗

(2) 倍率器の抵抗を  $R_M [\Omega]$  とすると

$$1.00 \times 10^{-3} \times (10.0 + R_M) = 1.0$$

$$\therefore R_M = 990 \Omega$$

990  $\Omega$  の倍率器をコイルに直列につなげばよい。

⊗

(3) 電流計を入れない場合, 回路に流れる電流は

$$\frac{10.0}{1.00} = 10.0 \text{ A}$$

電流計を入れたときは

$$\frac{10.0}{10.0 \times \frac{1}{100} + 1.00} = 9.09 \text{ A}$$

であるから

$$\frac{10.0 - 9.09}{10.0} = 0.091$$

したがって, 9.1% 少なく測定される。

⊗

(4) 電圧計を入れない場合, P'Q' 間の電圧は

$$10.0 \times \frac{100}{100 + 300} = 2.50 \text{ V}$$

電圧計を入れたとき, 回路の全抵抗は

$$\frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{1000}} + 300 = 391 \Omega$$

であるから, P'Q' 間の電圧は

$$10.0 \times \frac{91}{91 + 300} = 2.33 \text{ V}$$

$$\left| \frac{2.33 - 2.50}{2.50} \right| = 0.068$$

したがって, 6.8% 少なく測定される。

⊗

221. (1)  $E_1$  に電流が流れないから, 20  $\Omega$  の抵抗にも 90 mA の電流が流れる。

$$V_{AB} = 20 \times 0.09 = 1.8 \text{ V}$$

⊗

(2)  $E_1$  の端子電圧は 18  $\Omega$  + 20  $\Omega$  の電圧降下に等しいから

$$(18 + 20) \times 0.045 = 1.71 \text{ V}$$

⊗ 1.7 V

(3) (ア)の場合,  $E_1$  に電流が流れないから

$$E_1 = 1.8 \text{ V}$$

⊗

(イ)の場合について, (2) から

$$r_1 = \frac{1.8 - 1.71}{0.045} = 2.0 \Omega$$

⊗

(イ)の場合,  $V_{AB} = 0.045 \times 20 = 0.90 \text{ V}$

$$V_{CD} = 6.3 \text{ V} \text{ (D側が高電位)}$$

したがって,  $-6.3 + E_2 = 0.9$  から

$$E_2 = 7.2 \text{ V}$$

⊗

(ア)の場合について

$$7.2 = (r_2 + 20 + 56) \times 0.09 \text{ から}$$

$$r_2 = 4.0 \Omega$$

⊗

(4) 電流を  $i [\text{A}]$  とすると

$$7.2 - 1.8 = (56 + 4 + 18 + 2)i$$

$$\therefore i = 0.0675 \text{ A}$$

⊗ 0.068 A

$E_1$  の端子電圧

$$= 1.8 + 0.0675 \times 2 = 1.9 \text{ V}$$

⊗

222. G に電流が流れないとき, AB に流れる電流は一定である。これを  $I$  とし,

AB の単位長さ当たりの抵抗を  $r_0$  とすると, スイッチを a, b につないだ場合について, それぞれ

$$r_0 l I = E_0, \quad r_0 l I = E$$

$$\therefore E = E_0 \frac{l}{l_0}$$

⊗

223. (1) 電流を  $I$  とすると

$$I = \frac{E_B}{r + R_0 + R_L}$$

⊗

(2) 前問と同様に

$$r_0 x I = E_0, \quad r_0 y I = E$$

$$\therefore E = E_0 \frac{y}{x}$$

⊗

(3)  $R = 1.0 \Omega$  のとき

$$I = \frac{2}{0.1+1+20} A$$

$$V_{AB} = \frac{2}{0.1+1+20} \times 20 = 1.9 V$$

接点CがBにあるときが限界であるから、測定できる範囲は1.9V以下。 答

224. (1) 回路の全抵抗は  $r + \frac{Rr}{R+r}$  で

あるから、 $R$ に流れる電流  $I$  は

$$I = \frac{E}{r + \frac{Rr}{R+r}} \times \frac{r}{R+r} = \frac{E}{2R+r} [A] \quad \text{答}$$

(2) 消費電力  $P = RI^2 = \frac{RE^2}{(2R+r)^2}$  答

$$P = \frac{RE^2}{4R^2 + 4Rr + r^2} = \frac{E^2}{4R + 4r + \frac{r^2}{R}}$$

$$= \frac{E^2}{\left(2\sqrt{R} - \frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2 + 8r}$$

$$P \text{ が最大になるのは } 2\sqrt{R} - \frac{r}{\sqrt{R}} = 0$$

のとき、したがって  $R = \frac{r}{2}$  答

225.  $E_1, R$ に流れる電流を  $i, I$  とする  
と、 $E_2$ には  $I-i$ の電流が流れる。

$$E_1 = r_1 i + RI$$

$$E_2 = r_2(I-i) + RI$$

この2式から

$$I = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{R + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}$$

したがって  $R+r$

起電力  $\frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$ , 内部抵抗  $\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$  答

消費電力  $P = RI^2$

$$= R \left( \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\left( R + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right)^2}$$

したがって、 $P$ を最大にする  $R$ の値は

$$\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad \text{答}$$

226. (1) 起電力  $mE$ , 内部抵抗  $\frac{mr}{n}$  の

ただ1つの電池と同じであるから、消費電力を  $P$  とすると

$$P = RI^2 = \frac{R(mE)^2}{\left(R + \frac{mr}{n}\right)^2} = \frac{RN^2 E^2}{(nR + mr)^2} \quad \text{答}$$

(2)  $P$ の式を  $m$ だけで表すと

$$P = \frac{RE^2}{\left(\frac{R}{m} + \frac{mr}{N}\right)^2} = \frac{RE^2}{\left(\frac{R}{m} - \frac{mr}{N}\right)^2 + \frac{4Rr}{N}}$$

したがって、 $P$ を最大にするのは

$$\frac{R}{m} - \frac{mr}{N} = 0 \quad \text{の場合で} \quad P_{\max} = \frac{NRE^2}{4Rr}$$

$$\therefore m = \sqrt{\frac{RN}{r}} = \sqrt{\frac{6 \times 24}{1}} = 12 \quad \text{答}$$

227. (1) ある瞬間、 $R_1, R_2, R_3$ に流れる電流を  $I_1, I_2, I_3$ とし、 $C_1, C_2$ の極板間の電位差を  $V_1, V_2$ とすると

$$E = V_1 + R_3 I_3 + R_1 I_1$$

$$V_2 + R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

が成り立つ。スイッチを入れた瞬間は

$$V_1 = 0, \quad V_2 = 0$$

であるから

$$E = R_3 I_3 + R_1 I_1$$

$$R_2 I_2 = R_3 I_3$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

が成り立つ。(この式は  $C_1, C_2$ を導通状態とみてよいことを示している。)

上の3式から

$$I_3 = \frac{R_2 E}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} [A] \quad \text{答}$$

充分時間がたったとき、 $R_2$ にも  $R_3$ にも電流は流れていないから、 $C_2$ の両極板は  $R_2, R_3$ を通じて等電位になっている。

したがって、電気量は0 答

(2)  $C_1, C_2$ は導通状態にあるから

$$\text{電流} = \frac{E}{R_1 + R_2} [A] \quad \text{答}$$

負荷抵抗 = 内部抵抗

充分時間がたったとき、 $R_1, R_2$  には電流が流れないため、直列の  $C_1, C_2$  に電圧  $E$  がかかるから、いずれの電気量も

$$Q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E [C] \quad \text{答}$$

(3)  $C_2$  に蓄えられた  $\frac{Q^2}{2C_2}$  [J] のエネルギーが直列の  $R_2, R_3$  で熱になる。電流が等しいから、電力の比は抵抗の比に等しく、 $R_3$  で発生する熱量は

$$\frac{Q^2}{2C_2} \times \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1}{2} \left( \frac{C_1 E}{C_1 + C_2} \right)^2 \frac{R_3 C_2}{R_2 + R_3} = 5.5 \times 10^{-5} \text{ J} \quad \text{答}$$

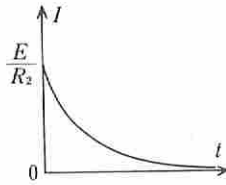
(4)  $C_1$  に蓄えられた電気量が並列の  $C_1$  と  $C_2$  に配分されて等しい電圧になるから

$$\text{電圧} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 C_2 E}{(C_1 + C_2)^2} = 3.4 \text{ V} \quad \text{答}$$

228. (1)  $S_1$  を閉じて充分時間がたったとき、 $C$  には電荷  $CE$  [C] が蓄えられている。 $S_1$  を開いて  $S_2$  を閉じると、 $C$  の電荷が  $R_2$  を通って放電する。 $C$  の電圧が  $V$  [V] のとき  $R_2$  に流れる電流  $I$  [A] は

$$I = \frac{V}{R_2}$$

で表される。 $V$  は放電につれて小さくなるから、グラフは右図。



(2) ある瞬間、 $C$  の極板間の電圧を  $V$  [V] とすると、次の2式が成り立つ。

$$E = V + R_1 I_1$$

$$V = R_2 I_2$$

$t = 0$  では  $V = 0$  だから

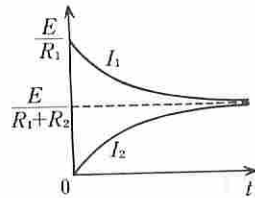
$$I_1 = \frac{E}{R_1}, \quad I_2 = 0$$

充分時間がたった後には  $C$  に電流が流れないから  $I_1 = I_2$

これを  $I$  とすると

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

したがって、グラフは右図のようになる。



$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

$$\vec{E} \times \left( \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right) C_2$$

$$Q = CV$$

$$C_1, C_2 = V_2, V_1$$

$$P = \vec{v} \cdot \vec{R}$$

# 第13章 電流と磁界

229.  $M_1$  のN極から引力, S極から斥力を受ける. 引力を正とすると, 合力は

$$6.33 \times 10^{-4} \times \left( \frac{1}{0.2^2} - \frac{1}{0.4^2} \right) \times 2 \times 5 \times (10^{-3})^2 = 12 \text{ N}$$

答

230. A, B の電流がCの位置につくる磁界  $H_A, H_B$  は右図の向きで大きさはいずれも

$$H_A = H_B$$

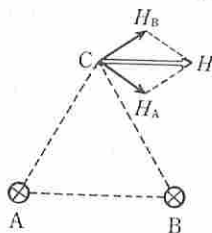
$$= \frac{10}{2\pi \times 0.2} [\text{A/m}]$$

したがって, Cの合成磁界  $H$  は

$$H = 2H_A \cos 30^\circ$$

$$= 2 \times \frac{10}{0.4\pi} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 14 \text{ A/m}$$

答



231. (1)

$I_1, I_2$  がPにつくる磁界  $H_1, H_2$  は右図.

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi a}$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi a}$$

合成磁界を  $H$  とすると

$$H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} = \frac{\sqrt{I_1^2 + I_2^2}}{2\pi a} [\text{A/m}]$$

答

$\vec{H}$  が  $x$  軸となす角を  $\theta$  とすると

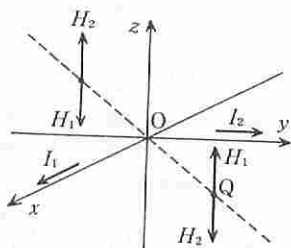
$$\tan \theta = \frac{H_1}{H_2} = \frac{I_1}{I_2}$$

答

- (2)  $H_1$  と  $H_2$  のつくる磁界が互いに逆向きになるのは,  $xy$  平面上の第1象限と第3象限である. 磁界の強さが等しくなる点を  $Q(x, y)$  とすると

$$\frac{I_1}{2\pi y} = \frac{I_2}{2\pi x} \quad \therefore y = \frac{I_1}{I_2} x$$

答



232. (1) Aの電流がPにつくる磁界は  $\odot$  向きだから, Pに  $\otimes$  向きの磁界をつくるには, BにAと反対向きの電流を流せばよい. 電流を  $I$  [A] とすると

$$\frac{0.63}{2\pi \times 0.20} = \frac{I}{2\pi \times 0.60}$$

$$\therefore I = 1.89 \text{ A}$$

答 1.9 A

- (2) Aの電流とBの電流が点Oにつくる磁界はいずれも  $\otimes$  向きだから, Oの磁界を0にするには, Cの電流によるOの磁界が  $\odot$  向きでなければならない. それにはCに反時計回りの電流を流せばよい. その電流を  $I'$  [A] とすると

$$\frac{0.63 + 1.89}{2\pi \times 0.20} = \frac{I'}{2 \times 0.10}$$

$$\therefore I' = 0.40 \text{ A}$$

答

233. A, Bの電流が点Oにつくる磁界を  $H_A, H_B$  とすると, その向きは右図の向きで

$$H_A = \frac{1}{2 \times 0.1} = 5.0$$

$$H_B = \frac{3}{2 \times 0.2} = 7.5$$

合成磁界を  $H$  とすると

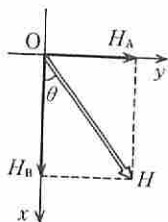
$$H = \sqrt{H_A^2 + H_B^2} = 9.0 [\text{A/m}]$$

答

$\vec{H}$  が  $x$  軸となす角を  $\theta$  とすると

$$\tan \theta = \frac{H_A}{H_B} = \frac{5}{7.5} = 0.67$$

答



234. (1)  $\frac{NI}{L}$  [A/m]

(2)  $\frac{NI}{2L}$  [A/m]

(長いソレノイドコイルの内部には一様な磁界が生じ、その強さは無限に長いソレノイドコイルの場合と同じである。長いソレノイドコイルの端の軸上の点での強さは、内部の強さの半分になる。理由はヒントに示した通りである。)

235. A → D → C → B の部分の抵抗は  $3R$  だから、AB との合成抵抗は

$$\frac{R \times 3R}{R + 3R} = \frac{3}{4}R$$

である。したがって D → C の向きに流れる電流を  $I$  [A] とすると

$$I = \frac{E}{r + \frac{3}{4}R} \times \frac{1}{4} = \frac{E}{4r + 3R}$$

棒の部分には重力  $mg$ 、張力  $T$ 、磁界から受ける力  $BII$  がはたらく。つりあいの式は

$$T \sin \theta = BII$$

$$T \cos \theta = mg$$

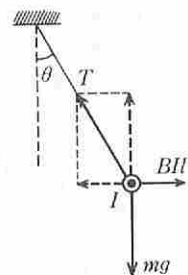
これに上の  $I$  の式を代入して

$$B = \frac{mg}{II} \tan \theta = \frac{mg(4r + 3R)}{El} \tan \theta \text{ [Wb/m}^2\text{]} \quad \text{答}$$

236. 磁界から受ける力は水平方向、左向きにはたらく。垂直抗力を  $N$ 、摩擦力を  $f$ 、電流を  $I$  とすると、斜面に平行な方向、垂直な方向について

$$mg \sin \theta + f = BII \cos \theta$$

$$N = mg \cos \theta + BII \sin \theta$$



滑る直前には  $f = \mu N$   
このときの抵抗を  $R$  [Ω] とすると

$$E = RI$$

以上の4つの式から

$$R = \frac{EBI(\cos \theta - \mu \sin \theta)}{mg(\sin \theta + \mu \cos \theta)} \quad \text{答}$$

237. (1) (a)の場合、導線AはB、Dから等しい大きさの引力を受け、その合力はOに向かう。Cからも引力を受けるから、全体の合力の向きはA → O。(b)の場合、AはB、Dから斥力を受けるから、合力はO → A。この合力の大きさはCから受ける引力より大きいから、全体の合力はO → Aの向き。B、C、Dも同様。

(c)の場合、Aについて考えれば、B、C、Dから受ける力の合力がOに向かわないのは明らかである。(d)の場合は(a)の場合と同様。 答 (a)と(d)

(2) B、Dから受ける力はそれぞれ

$$\frac{2}{10^7} \times \frac{6.3^2 \times 1}{0.1} = 7.9 \times 10^{-5} \text{ N}$$

Cから受ける力は

$$\frac{2}{10^7} \times \frac{6.3^2 \times 1}{0.1\sqrt{2}} = 5.6 \times 10^{-5} \text{ N}$$

したがって、Aにはたらく力の合力は  $(7.9\sqrt{2} + 5.6) \times 10^{-5} = 1.7 \times 10^{-4} \text{ N}$  答

(3) 平行電流が及ぼし合う力は電流の積に比例し、距離に反比例する。したがって、この場合は2倍。 答

238. (ア) 電界による力のした仕事がいオンの運動エネルギーとなるから

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = qV \quad \therefore v_1 = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad \text{答}$$

(イ) ローレンツ力と遠心力のつりあいから

$$v_1 q B = \frac{m v_1^2}{r_1}$$

$$\therefore r_1 = \frac{m v_1}{q B} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \quad \text{答}$$

(ウ)  $v_1 \cdot \frac{T}{2} = \pi r_1$  から

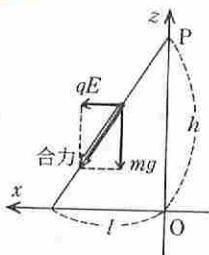
$$T = \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi m}{q B} \quad \text{答}$$

(エ) 1回加速されるごとに、電界から  $qV$  の仕事をを受け、これだけ運動エネルギーが増加するから

$$\frac{1}{2} m v_n^2 = nqV$$

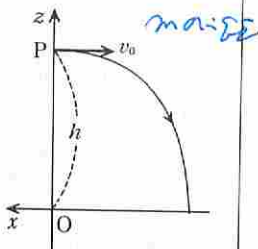
$$\therefore v_n = \sqrt{\frac{2nqV}{m}} \quad \text{答}$$

239. (1) 粒子には重力  $mg$  と静電気力  $qE$  がはたらき、その合力の向きに等加速度直線運動をする。当たる点は  $x$  軸にあり、その座標を  $l$  とすると



$$\frac{qE}{mg} = \frac{l}{h} \quad \therefore l = \frac{qEh}{mg} \quad \text{答}$$

(2) 粒子が電界から受ける力は  $+x$  の向きだから、初速度は  $xz$  面内になければならない。粒子が板に垂直に当たれば粒子は元の経路で初めの位置に戻る。板に垂直に当たるとき、速度の  $x$  成分は 0 であるから、初速度を  $v_0$  とすると



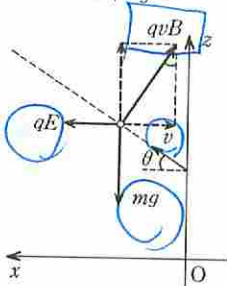
$$v_x = v_0 + \left(\frac{qE}{m}\right)t = 0, \quad h - \frac{1}{2}qt^2 = 0$$

この2式から  $v_0 = -\frac{qE}{m} \sqrt{\frac{2h}{g}}$

答  $-x$  の向きに

$$\frac{qE}{m} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(3) 粒子には重力  $mg$ 、電界からの力  $qE$ 、磁界からの力  $qvB$  がはたらき、この3力が



つりあっている。  $\vec{v}$  が  $x$  軸となす角を  $\theta$  とすると

$$qvB \sin \theta = qE$$

$$qvB \cos \theta = mg$$

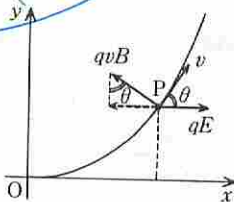
この2式から

$$v = \frac{\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}{qB}$$

$$\tan \theta = \frac{qE}{mg} \quad \text{答}$$

240. (1)

P を通るとき、その速度を  $v$ 、その  $y$  成分を  $v_y$  とする。  $x$  成分は  $v_0$  である。  $\vec{v}$



が  $x$  軸となす角を  $\theta$  とすると、粒子が磁界から受ける力  $qvB$  は  $\vec{v}$  に垂直であるから、  $y$  方向の加速度成分  $a_y$  は

$$a_y = \frac{qvB \cos \theta}{m} = \frac{qvB}{m} \cdot \frac{v_0}{v} = \frac{qv_0 B}{m}$$

原点から P に到達するまでの時間  $t$  は

$$v_0 t = x \quad \text{から} \quad t = \frac{x}{v_0}$$

したがって、速度の  $y$  成分  $v_y$  は

$$v_y = a_y t = \frac{qBx}{m} \quad \text{答}$$

$$(2) \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{qB}{2mv_0} x^2 \quad \text{答}$$

(3) 粒子にはたらく力の  $x$  成分はつりあっているから

$$qvB \sin \theta = qE$$

$$\sin \theta = \frac{v_y}{v} \quad \text{であるから}$$

$$E = Bv_y = \frac{B^2 q}{m} x = \frac{B^2 q v_0}{m} t \quad \text{答}$$

(4) 粒子は  $x$  方向には等速度運動をするから、電界と磁界のする仕事の和は 0。

磁界による力の  $y$  成分は (1) から  $qv_0 B$  で一定であるから、磁界のする仕事は

$$qv_0 B \cdot y = \frac{q^2 B^2 x^2}{2m} \quad \text{答}$$

# 第14章 電磁誘導

241. (1)  $0 \leq t < \frac{l}{v}$  のとき、コイルの

磁界内の面積は  $lvt$  だから

$$\Phi = Blvt$$

$$\frac{l}{v} \leq t \leq \frac{2l}{v} \text{ のとき } \Phi = Bl^2$$

$$\frac{2l}{v} < t < \frac{3l}{v} \text{ のときは、あらためて } t =$$

$$\frac{2l}{v} \text{ を } t = 0 \text{ とすると}$$

$$\Phi = Bl^2 - Blvt$$

以上から、グラフは右の図①

(2) 上の3つの時間区間の第一段階では、辺 AB に誘導起電力が B → A の向きに起こる。その大きさは  $lvB$  だから

$$I = \frac{lvB}{R}, \text{ 反時計回り}$$

第二のピリオドではコイルを貫く磁束は変わらないから誘導起電力は 0 で、したがって、電流も 0。

第三のピリオドでは辺 CD に誘導起電力 CD が C → D の向きに起こる。その大きさも  $lvB$  だから

$$I = \frac{lvB}{R}, \text{ 時計回り}$$

以上から、グラフは図②。

(3) 第一のピリオドでは辺 AB が  $\vec{v}$  と反対向きの力を受ける。

$$F = BIl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

第二のピリオドでは力は 0。

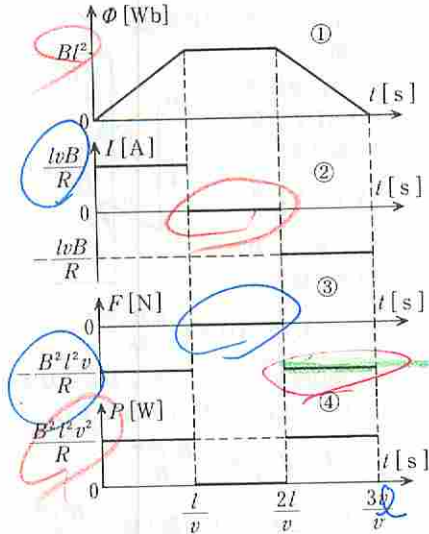
第三のピリオドでは、辺 CD が  $\vec{v}$  と反対向きに上と等しい大きさの力を受ける。

以上から、グラフは図③。

(4) 抵抗における消費電力は電流の向きに関係なく正で、第一、第三ピリオドでは

$$P = RI^2 = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

第二のピリオドでは消費電力は 0。  
以上から、グラフは図④。



242. (1) 前問と同様に時間を3つのピリオドに分けて考える。第一のピリオドではコイルの磁界内の

面積は  $\frac{1}{2}(vt)^2$  であ

るから

$$\Phi = \frac{1}{2} Bv^2 t^2$$

第二のピリオドでは

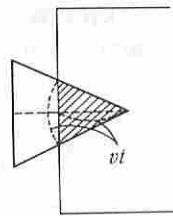
$$\Phi = Bl^2/2$$

第三のピリオドでは第一のピリオドと同じように減少していく。

以上から、グラフは次頁の図①。

(2) ファラデーの法則を用いる。誘導起電力を  $V$  とすると、第一のピリオドでは

$$V = \frac{d\Phi}{dt} = Bv^2 t$$



$$t = \frac{l}{v} \text{ のとき } I \text{ の最大値} = \frac{lvB}{R}$$

$$\therefore I = \frac{V}{R} = \frac{Bv^2 t}{R}, \text{ 反時計回り}$$

第二のピリオドでは  $I = 0$

第三のピリオドでは、第一のピリオドと等しい電流が時計回りに流れる。

以上から、グラフは図②。

(3) 第一のピリオドでは、磁界内の部分 AD, AE が力を受ける。

$$AD = \frac{\sqrt{5} vt}{2}$$

であるから、力の大きさ  $f$  は

$$f = BI \cdot AD = \frac{\sqrt{5} B^2 v^3 t^2}{2R}$$

で、図の向きである。この2力の合力はちょうど  $\vec{v}$  と反対向きで、大きさ  $F$  は

$$F = f \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{B^2 v^3 t^2}{R}$$

$$t = \frac{l}{v} \text{ のとき } F \text{ の最大値} = \frac{B^2 v l^2}{R}$$

第三ピリオドでは DB, BC, CE が力を受ける。A が KH に触れた瞬間を  $t = 0$  とする。

$$DB = CE$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2} (l - vt)$$

であるから、この2辺が受ける力  $f_1$  は

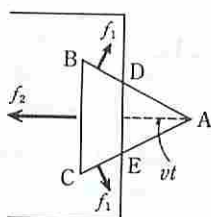
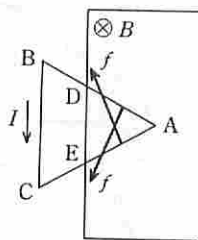
$$f_1 = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{B^2 v^2 t (l - vt)}{R}$$

この2つの  $f_1$  の合力は

$$f_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{B^2 v^2 t (l - vt)}{R}$$

辺 BC が受ける力  $f_2$  は

$$f_2 = BI l = \frac{B^2 v^2 l t}{R}$$



したがって、ABC が受ける力の合力は  $\vec{v}$  と反対向きで、大きさは

$$\frac{B^2 v^2 l t}{R} - \frac{B^2 v^2 t (l - vt)}{R} = \frac{B^2 v^3 t^2}{R}$$

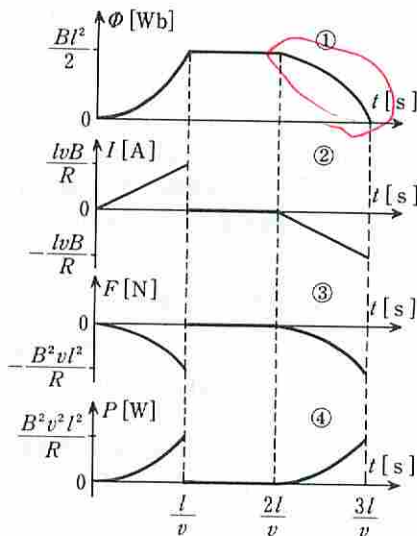
以上からグラフは図③。

(4) 第一、第三のピリオドでは

$$P = RI^2 = \frac{B^2 v^4 t^2}{R}$$

第二のピリオドでは消費電力は 0。

以上から、グラフは図④。



243. (1) 速度  $v$  のとき、棒には  $P \rightarrow Q$  の向きに  $lvB$  [V] の誘導起電力が起こり、 $P \rightarrow Q$  の向きに  $\frac{lvB}{R}$  [A] の電流が流れる

から、棒は  $\vec{v}$  と反対向きに  $\frac{B^2 l^2 v}{R}$  [N] の力を受ける。糸の張力を  $T$  [N] とすると、おもりと棒の運動方程式は

$$ma = mg - T$$

$$Ma = T - \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

この2式から



$$a = \frac{1}{m+M} \left( mg - \frac{B^2 l^2 v}{R} \right) \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \text{圈}$$

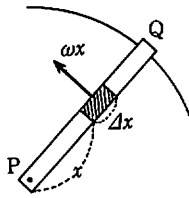
(2) (1)の  $a$  を 0 とおいて

$$v_f = \frac{mgR}{B^2 l^2} \text{ [m/s]} \quad \text{圈}$$

$$(3) \quad I_f = \frac{Iv_f B}{R} = \frac{mg}{lB} \text{ [A]} \quad \text{圈}$$

244. (1) P から

$x$  [m] の所に  $\Delta x$  [m] の部分を考えて、この部分の速度は棒に垂直に  $\omega x$  [m/s] であるから、 $Q \rightarrow P$  の向きに誘導

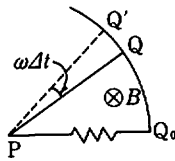


起電力  $B\omega x \Delta x$  [V] が起こる。したがって、PQ 間に起こる起電力  $V$  は

$$V = \int_0^l B\omega x dx = \frac{1}{2} B\omega l^2 \text{ [V]} \quad \text{圈}$$

P から流れ出す向きだから P が高電位。

別解 PQ の位置から時間  $\Delta t$  の間に、棒は  $\omega \Delta t$  だけ回転する。P と  $Q_0$  を結んで考えると、コイル  $PQ_0Q$



の面積が時間  $\Delta t$  の間に  $\frac{1}{2} l^2 \omega \Delta t$  だけ増

すから、コイルを貫く磁束は  $\frac{1}{2} B l^2 \omega \Delta t$

だけ増す。したがって

$$V = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} B l^2 \omega \text{ [V]}$$

(2) 電流は  $Q \rightarrow P$  の向きに

$$I = \frac{V}{R} = \frac{B l^2 \omega}{2R} \text{ [A]}$$

であるから、棒は速度と反対向きに

$$F = BIl = \frac{B^2 l^3 \omega}{2R} \text{ [N]}$$

の力を受ける。したがって、一定の角速度で回転させるためには、速度と同じ向きに  $F$  と等しい大きさの力を加えなければならない。

圈 速度と同じ向きに  $\frac{B^2 l^3 \omega}{2R}$  [N]

245. (1) 解説に示したように、ある瞬間

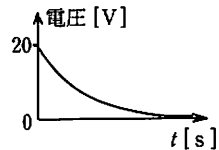
$$E - L \frac{\Delta I}{\Delta t} = RI$$

が成り立つ。充分時間がたったときは誘導起電力が 0 だから

$$E = RI = 20 \text{ V} \quad \text{圈}$$

$$(2) \quad L \frac{\Delta I}{\Delta t} = E - RI$$

から、グラフは右図のようになる。



(3) 抵抗の両端の電圧を  $V_R$  とすると、 $V_R = RI$  であるから

$$\frac{\Delta V_R}{\Delta t} = R \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

グラフから、 $t=0$  のときには

$$\frac{\Delta V_R}{\Delta t} = \frac{40}{1 \times 10^{-3}} = 4.0 \times 10^4$$

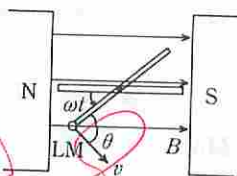
$$\therefore \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta V_R}{\Delta t} = 1.0 \times 10^3$$

$$t=0 \text{ のとき} \quad L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 20$$

$$\therefore L = 20 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta I} = 2.0 \times 10^{-2} \text{ [H]} \quad \text{圈}$$

## 第15章 交流回路

246. 時刻  $t$  のとき, LM は  $\omega t$  だけ回転し, 磁束線と  $\theta = \frac{\pi}{2} - \omega t$



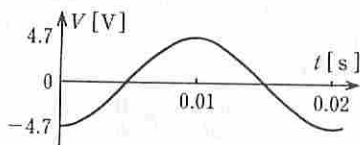
の角をなす向きの速度  $v = r \cdot \frac{2\pi}{T}$  をもっている。したがって, この瞬間の誘導起電力は  $M \rightarrow L$  の向き(負)で, 大きさ  $|V|$  は

$$|V| = lvB \sin \theta \\ = \frac{2\pi r l B}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t$$

これに与えられた数値を代入して

$$V = -4.7 \cos 100\pi t$$

グラフは下図。



247. 例題から, 交流電圧の最大値  $V_0$  は

$$V_0 = nBS\omega \\ = 40 \times 2.5 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-3} \times 50 \\ = 0.10 \text{ V} \quad \text{答}$$

$$\text{周波数 } f = \frac{\omega}{2\pi} = 8.0 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

248. (1) つりあいの位置でのばねの伸びを  $y_0$  [m] とし, 重力加速度を  $g$  とすると

$$Mg = ky_0$$

下辺が座標  $y$  の位置にあるときの加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>] とすると

$$Ma = Mg - k(y_0 + y) = -ky$$

したがって, 運動は単振動で, 角振動数は  $\sqrt{\frac{k}{M}}$  である。  $t=0$  のとき  $y = a$  だから

$$y = a \cos \sqrt{\frac{k}{M}} t \text{ [m]} \quad \text{答}$$

- (2) 単振動では  $v = \pm \omega \sqrt{a^2 - y^2}$   
初め速度は負(上向き)だから

$$v = -\sqrt{\frac{k}{M}} a \sin \sqrt{\frac{k}{M}} t \text{ [m/s]} \quad \text{答}$$

誘導起電力は辺  $ab$  に起こる。  $t=0$  のとき  $v$  は上向きだから, 誘導起電力の向きは  $a \rightarrow b$  で  $b$  が高電位。誘導起電力の大きさは  $lvB$  であるから

$$V = -\sqrt{\frac{k}{M}} a l B \sin \sqrt{\frac{k}{M}} t \text{ [V]} \quad \text{答}$$

- (3) 静止したときは電流は 0 だから, 磁界から力は受けない。したがって, 初めのつりあいの位置で静止する。力学的エネルギーの減少した分が熱となるから

$$W = \frac{1}{2} k \{(a + y_0)^2 - y_0^2\} - Mga$$

これにつりあいの式を代入して

$$W = \frac{1}{2} ka^2 \text{ [J]} \quad \text{答}$$

249. (1)  $I_e = \frac{V_e}{R} = \frac{100}{20} = 5.0 \text{ A} \quad \text{答}$

(2) 電力量  $W = V_e I_e t$   
 $= 100 \times 5.0 \times 60 = 3.0 \times 10^4 \text{ J} \quad \text{答}$

250. (1) リアクタンス  $Z_L$  は

$$\omega L = 2\pi fL \\ = 2\pi \times 50 \times 3.2 = 1.0 \times 10^3 \Omega \quad \text{答}$$

(2)  $I_e = \frac{V_e}{\omega L} = \frac{100}{1 \times 10^3} = 0.10 \text{ A} \quad \text{答}$

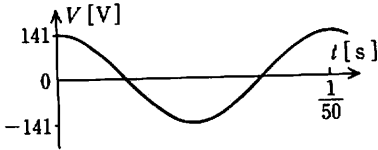
251. (1) 電流の最大値は 0.10 A, 電圧の最大値は  $100\sqrt{2}$  V であるから

$$\omega L = \frac{V_0}{I_0} = \frac{100\sqrt{2}}{0.10} = 1.4 \times 10^3 \Omega \quad \text{答}$$

- (2) 周波数は 50 Hz であるから

$$L = \frac{1.4 \times 10^3}{2\pi \times 50} = 4.5 \text{ H} \quad \text{答}$$

(3) 電圧は電流よりも  $\frac{1}{4}$  周期進んでいる。



252. (1) 30 V のとき 2.0 A が流れるから

$$R = \frac{30}{2.0} = 15 \Omega \quad \text{答}$$

(2) 60 V のとき 2.0 A が流れるから

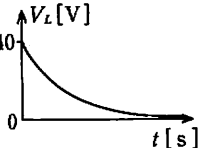
$$Z = \frac{60}{2.0} = 30 \Omega \quad \text{答}$$

(3)  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$  から

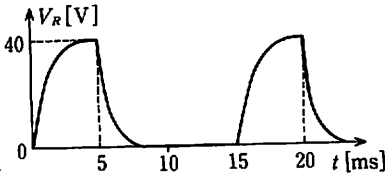
$$\begin{aligned} L &= \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f} \\ &= \frac{\sqrt{30^2 - 15^2}}{2\pi \times 60} \\ &= 6.9 \times 10^{-2} \text{ H} \end{aligned} \quad \text{答}$$

253. (1)  $V_R + V_L = 40$

が成り立つから、  
グラフは右図のようになる。



(2) (ア) コイルに  
起こる起電力の  
ために、電流は直ちに増加せず、電源電  
圧が 0 になっても電流は直ちに 0 にはな  
らないから、グラフは下図のようになる。



(イ) 初めの 5 ms の消費電力は  $\frac{40^2}{200}$  W とみ  
てよい。(0~約 2.5 ms の間の不足分は  
5~約 7.5 ms の間の電力と相殺される。)  
1 周期 (15 ms) の間の平均電力はその  
 $\frac{1}{3}$  であるから、電力の平均値は

$$\frac{40^2}{200} \times \frac{1}{3} = 2.7 \text{ W} \quad \text{答}$$

(3) (ア) 周期が 8 ms であるから

$$\text{周波数 } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 \times 10^{-3}} = 125 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

(イ)  $V_R = 40 \sin(2\pi \times 125t)$

と表される。I と  $V_R$  は同位相だから

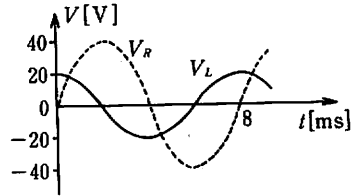
$$I = \frac{V_R}{R} = 0.20 \sin 250\pi t \text{ [A]} \quad \text{答}$$

(ウ)  $V_L$  の最大値は  $14.1\sqrt{2} = 20 \text{ V}$

$V_L$  は I より位相が  $\frac{\pi}{2}$  進んでいるから

$$V_L = 20 \sin\left(250\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

グラフは下図の実線。



(エ) I の最大値は 0.2 A,  $V_L$  の最大値は  
20 V であるから

$$20 = 2\pi \times 125 L \times 0.2$$

$$\therefore L = 0.13 \text{ H} \quad \text{答}$$

254. (1)

$$\begin{aligned} Z_c &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 3.2 \times 10^{-6}} \\ &= 1.0 \times 10^3 \Omega \end{aligned} \quad \text{答}$$

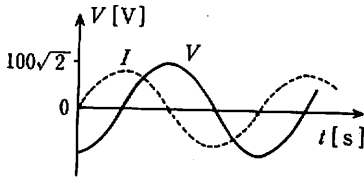
(2)  $I_e = \frac{V_e}{Z_c} = \frac{100}{1.0 \times 10^3} = 0.10 \text{ A} \quad \text{答}$

255. (1) 電圧の最大値は  $100\sqrt{2} \text{ V}$ ,  
電流の最大値は 0.10 A であるから

$$Z_c = \frac{100\sqrt{2}}{0.1} = 1.4 \times 10^3 \Omega \quad \text{答}$$

(2)  $Z_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = 1.4 \times 10^3$

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2\pi \times 50 \times 1.4 \times 10^3} \\ &= 2.3 \times 10^{-6} \text{ F} \end{aligned} \quad \text{答}$$



256. (1)  $R$  と  $V_R$  の値から

$$I_e = \frac{V_R}{R} = \frac{3}{3 \times 10^3} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ A} \quad \text{答}$$

$$(2) Z_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{V_c}{I} \\ = \frac{4}{1 \times 10^{-3}} = 4.0 \times 10^3 \Omega \quad \text{答}$$

$$(3) C = \frac{1}{\omega Z_c} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 4 \times 10^3} \\ = 8.0 \times 10^{-7} \text{ F} \quad \text{答}$$

$$(4) \text{回路のインピーダンスは} \\ Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = 5.0 \times 10^3 \Omega$$

$$V_e = Z I_e = 5 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} = 5.0 \text{ V} \quad \text{答}$$

257. (1) 電流の実効値を  $I_e$  [A] とすると

$$I_e = \frac{V_R}{R} = \frac{3}{3 \times 10^3} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$Z_L = \omega L = \frac{V_L}{I_e} \\ = \frac{6}{1 \times 10^{-3}} = 6.0 \times 10^3 \Omega$$

$$\therefore L = \frac{6 \times 10^3}{2\pi \times 50} = 19 \text{ H} \quad \text{答}$$

$$Z_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{V_c}{I_e} \\ = \frac{2}{1 \times 10^{-3}} = 2.0 \times 10^3 \Omega$$

$$\therefore C = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 2 \times 10^3} \\ = 1.6 \times 10^{-6} \text{ F} \quad \text{答}$$

(2) 回路のインピーダンスは

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ = \sqrt{(3 \times 10^3)^2 + \{(6-2) \times 10^3\}^2} \\ = 5.0 \times 10^3 \Omega$$

$$\text{電源電圧} = Z I_e = 5 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} \\ = 5.0 \text{ V} \quad \text{答}$$

258. 充分時間がたって電流が一定になったとき、コイルには誘導起電力は起こっていないから、電流の値は

$$I = \frac{50}{10} = 5.0 \text{ A}$$

スイッチを開くと、この電流が減少し始め、それを打消すように誘導起電力が起こって、この電圧によってコンデンサーが充電される。電気振動の周波数は

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.8 \times 5 \times 10^{-6}}} \\ = 80 \text{ Hz} \quad \text{答}$$

電流が 0 になったとき電圧が最大になる。

$$\frac{1}{2} \times 0.8 \times 5^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} V^2$$

$$\therefore V = 2.0 \times 10^3 \text{ V} \quad \text{答}$$

# 第16章 電 子

259. (1) AB間の電界の強さ  $E = \frac{V}{2d}$

粒子の加速度は一定で  $a = \frac{qE}{m} = \frac{qV}{2md}$

PからRまでの所要時間  $t = \frac{l}{v}$

$\frac{1}{2}at^2 = d$  から  $q = \frac{4mv^2d^2}{Vl^2}$  圈

(2) 電圧を  $x$  倍にすると,

電界の強さ  $E' = \frac{xV}{3d}$

粒子の加速度  $a' = \frac{qE'}{m} = \frac{xqV}{3md}$

PからRまでの時間は変わらないから

$\frac{1}{2}a't^2 = 2d$

以上の式から  $x = 3$  (倍) 圈

(3) 粒子の速さを  $y$  倍にすると

P→Rの所要時間  $t' = \frac{\frac{3}{2}l}{yv} = \frac{3}{2y}t$

加速度は不変だから  $\frac{1}{2}at'^2 = d$

したがって  $t' = t$

$\therefore y = \frac{3}{2}$  (倍) 圈

260. (1)  $v_x = v_0 \cos 45^\circ$

$= \frac{v_0}{\sqrt{2}}$  [m/s] 圈

(2) 電子は  $-y$  の向きに力を受けるから

$a_y = -\frac{eV}{md}$  [m/s<sup>2</sup>] 圈

(3) 初速度の  $y$  成分も  $\frac{v_0}{\sqrt{2}}$  [m/s] だから

$v_y = \frac{v_0}{\sqrt{2}} - \frac{eV}{md}t$  [m/s] 圈

(4)  $y = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t + \frac{1}{2}a_yt^2$

P<sub>1</sub>に当たった点では  $y = 0$  だから

$t = -\frac{\sqrt{2}v_0}{a_y} = \frac{\sqrt{2}mv_0d}{eV}$  [s]

$\therefore x_1 = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}mv_0d}{eV} = \frac{mv_0^2d}{eV}$  [m] 圈

261. (ア)  $f = e \cdot \frac{V}{d} = 1.6 \times 10^{-19} \times \frac{1000}{0.04}$   
 $= 4.0 \times 10^{-15}$  N 圈

(イ) 電子が磁界から  $-z$  の向きに力を受けるためには、磁界の向きは ⊗ 向き。 圈

(ウ) 速さを  $v$  [m/s] とすると

$\frac{e \times 1000}{0.04} = evB$

$\therefore v = \frac{2.5 \times 10^4}{B}$  [m/s] 圈

(エ) 加速電圧を  $V_0 (= 5000 \text{ V})$  とすると,

$\frac{1}{2}mv^2 = eV_0$  から

$m = \frac{2eV_0}{v^2} = \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5000 B^2}{2.5^2 \times 10^8}$   
 $= 2.6 \times 10^{-24} B^2$  [kg] 圈

例題の(ケ)の結果  $y = \frac{elLV}{mdv^2}$  から、 $V$

が  $\cos 2\pi t$  で変化すると、 $y$  も同様に化する。 $y$  を  $z$  に変えて

$z = z_0 \cos 2\pi t$

と表すことができる。上の式に

$e, l, L (= 0.80 \text{ m}), V (= 1000 \text{ V}),$

$d = 4 \times 10^{-2} \text{ m}, mv^2 = 2eV_0$

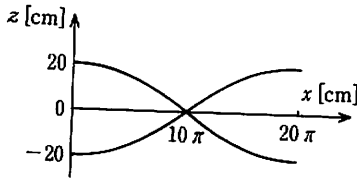
を入れて

$z_0 = \frac{elLV}{2eV_0d} = \frac{lLV}{2V_0d}$

$= \frac{0.10 \times 0.80 \times 1000}{2 \times 5000 \times 4 \times 10^{-2}} = 0.20 \text{ m}$

$z$  の周期は 1.0s であるから、円筒が 1 回転すると、 $z$  は半周期分画かれる。1 回転の長さは  $20\pi \text{ cm}$  であるから、横軸に  $\rho$

イルムの長さ  $x$  [cm], 縦軸に  $z$  [cm] をとると, 画像は下のようになる。



262. (1) 静電気力と重力がつりあう。

$$Q \frac{V_0}{d} = mg \quad \text{から} \quad Q = \frac{mgd}{V_0} \quad \text{圈}$$

(2) 各球の電荷を  $n_A e$ ,  $n_B e$ ,  $n_C e$  [C] とし, (1)の式に  $m$ ,  $g$ ,  $d$  の値と  $V_0$  の各測定値を代入すると

$$n_A e = \frac{3 \times 10^{-15} \times 9.8 \times 5 \times 10^{-3}}{182.6}$$

$$= 8.05 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$n_B e = 4.83 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$n_C e = 3.22 \times 10^{-19} \text{ C}$$

これらの差をとると

$$(n_A - n_B)e = 3.22 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$(n_B - n_C)e = 1.61 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$n_B - n_C = 1$  とすると  $e = 1.61 \times 10^{-19} \text{ C}$

$$n_A = 5, \quad n_B = 3, \quad n_C = 2$$

$n_B - n_C = 2$  とすると,  $n_A = 10$  となり,  $n < 10$  に反する。 圈  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

263. (ア) 速さは  $v_1 = \frac{l}{t_1}$  であるから

$$F = kv_1 = \frac{kl}{t_1} \quad \text{圈}$$

(イ) 空気の抵抗力は下向きにはたらく。

$$qE = mg + \frac{kl}{t_1} \quad \text{圈}$$

(ウ) 空気の抵抗力は  $\frac{kl}{t_2}$  で上向きだから

$$qE + mg = \frac{kl}{t_2} \quad \text{圈}$$

(エ) 2式から  $q = \frac{kl(t_1 + t_2)}{2Et_1 t_2}$  圈

264. (1) Pが高電位するとき,  $D_2$ には電流が流れず,  $D_1$ の抵抗は0であるから, 回路の合成抵抗は

$$\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2 = 30 + 20 = 50 \Omega$$

$R_3$ に流れる電流を  $i$  [A] とすると

$$i = \frac{V}{50} \times \frac{R_1}{R_1 + R_3} = \frac{V}{100} \text{ [A]}$$

$V$ の最大値は30Vだから,  $i$ の最大値は0.30Aである。

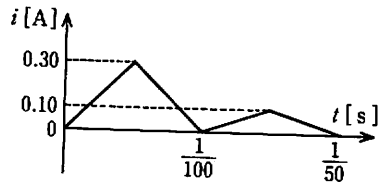
同様に, Qが高電位するとき,  $D_1$ には流れず  $D_2$ の抵抗は0である。

$$\text{合成抵抗} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = 75 \Omega$$

このときも  $R_3$ にはB→Aの向きに流れ

$$i = \frac{V}{75} \times \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{V}{300} \text{ [A]}$$

したがって, グラフは下図のようになる。

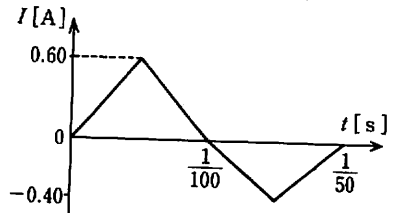


(2) 電源から流れる電流  $I$  [A] は, 1周期

の前半には正の向きに最大値  $\frac{V}{50}$  [A], 後

半には負の向きに最大値  $\frac{V}{75}$  [A] であるから,

グラフは下図のようになる。



265. (1)  $E_2$ の電圧が0のとき,  $R_2$ は  $R_3$ と並列に接続されたのと同じで, 合成抵抗は  $100 \Omega$  である。この合成抵抗には  $\frac{V}{100}$  の電流が流れ,  $R_1$ と  $R_1$ には  $\frac{V}{100} + I$  の電流が流れる。したがって

$$1.5 = (80 + 20) \left( \frac{V}{100} + I \right) + V$$

が成り立つ。  $I = 0.1 \text{ V}^2$  を代入して

$$1.5 = 2V + 10V^2$$

これを解いて  $V = 0.30 \text{ V}$

$$\therefore I = 0.1 \times 0.3^2 = 9.0 \times 10^{-3} \text{ A} \quad \text{答}$$

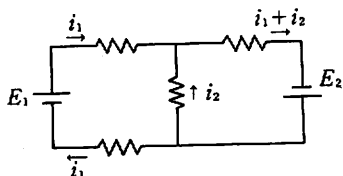
(2)  $I = 0$  のとき  $V = 0$  であるから、 $R_2$  にかかる電圧も 0 である。したがって、電流は外周だけに流れる。これを  $i \text{ [A]}$  とすると

$$1.5 + E_2 = (80 + 200 + 20)i$$

$$1.5 = (80 + 20)i$$

が成り立つ。これから  $E_2 = 3.0 \text{ V}$  答

(3)  $E_2 = 7.0 \text{ V}$  のとき、D には電流が流れない。下図のように流れるとする。



$$1.5 = 80i_1 - 200i_2 + 20i_1$$

$$7.0 = 200(i_1 + i_2) + 200i_2$$

が成り立つから、これを解いて

$$i_1 = 2.5 \times 10^{-2} \text{ A, 右向き} \quad \text{答}$$

266. (1) D をはずしてみると

$$R \text{ にかかる電圧} = 24 \times \frac{2}{6+2} = 6 \text{ V}$$

$$R_3 \text{ にかかる電圧} = 24 \times \frac{1}{2} = 12 \text{ V}$$

となり、Q が P より高電位であるから、D をつないでも D に電流は流れない。

$$R_1 \text{ に流れる電流} = \frac{24}{6+2} = 3.0 \text{ A}$$

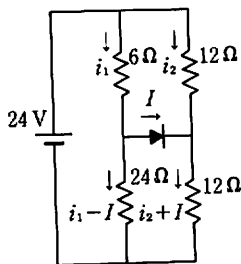
$$R_2 \text{ に流れる電流} = \frac{24}{12+12} = 1.0 \text{ A}$$

$$\therefore \text{電池から流れる電流} = 4.0 \text{ A} \quad \text{答}$$

(2) P と Q が等電位になるのは、 $R = 6\Omega$  のときで、 $R$  の値がこれより大きくなると、P が Q より高電位になり D に電流が流れる。

答  $R < 6\Omega$

(3) 右図のように電流が流れるものとする、3つの小さい閉回路について、キルヒホッフの法則によって、次の3式が成り立つ。



$$24 = 6i_1 + 24(i_1 - I)$$

$$0 = 6i_1 - 12i_2$$

$$0 = 24(i_1 - I) - 12(i_2 + I)$$

この3式から  $I = 0.67 \text{ A}$  答

## 第17章 粒子性と波動性

267. (1) 1個の光子のエネルギーは

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} = 3.3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{光子の数} = \frac{3.3}{3.3 \times 10^{-19}} = 1.0 \times 10^{19} \text{ 個/s}$$

(2) 1個の光子の運動量は

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{6 \times 10^{-7}} = 1.1 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\therefore \text{圧力} = \frac{1.1 \times 10^{-27} \times 1 \times 10^{19}}{0.50} = 2.2 \times 10^{-8} \text{ N/m}^2$$

268. (1) 例題の(1)の式と同様に

$$\frac{hc}{\lambda} = W + eV_L$$

光電限界波長  $\lambda_m$  では  $V_L = 0$  だから

$$\frac{hc}{\lambda_m} = W$$

この2式から

$$hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_m} \right) = eV_L$$

$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{eV_L \lambda_m}{c(\lambda_m - \lambda)} \\ &= \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 2.5 \times 5 \times 2.5 \times 10^{-14}}{3 \times 10^8 \times (5 - 2.5) \times 10^{-7}} \\ &= 6.7 \times 10^{-34} \text{ Js} \end{aligned}$$

(2) 光電限界振動数  $\nu_m = \frac{c}{\lambda_m} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}} = 6.0 \times 10^{14} \text{ Hz}$

仕事関数  $W = h\nu_m$   
 $= 6.7 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14}$   
 $= 4.0 \times 10^{-19} \text{ J}$   
 $= 2.5 \text{ eV}$

269. (1) (ア) 波長が同じだから、阻止電圧は同じである。光の量を増せば光電子が増し、光電流が増す。

(イ) 波長の短い光は光子のエネルギーが大きいため、阻止電圧の絶対値が大きくなる。

図 b, d

(2) 光子がとび出すときの運動エネルギーの最大値は  $eV_2$  [J] で、陽極へとどくまでに  $eV_0$  [J] の仕事を受ける。求める速さを  $v_0$  [m/s] とすると

$$e(V_2 + V_0) = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{\frac{2e(V_2 + V_0)}{m}} \text{ m/s}$$

(3) 波長  $\lambda_1, \lambda_2$  の場合の阻止電圧がそれぞれ  $V_2, V_3$  であるから

$$\frac{hc}{\lambda_1} = W + eV_2, \quad \frac{hc}{\lambda_2} = W + eV_3$$

$$\therefore h = \frac{e\lambda_1\lambda_2(V_3 - V_2)}{c(\lambda_1 - \lambda_2)} \text{ [Js]}$$

270. 紫色光の光子のエネルギーは

$$\begin{aligned} E &= \frac{hc}{\lambda} \text{ [J]} = \frac{hc}{e\lambda} \text{ [eV]} \\ &= \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^{-7}} = 3.1 \text{ eV} \end{aligned}$$

したがって、Cs, Ba に当てる場合は光電子が出るが、W には出ない。運動エネルギーの最大値を  $K_0$  [eV] とすると

$$E = W + K_0$$

Cs の場合  $K_0 = 3.1 - 1.9 = 1.2$  [eV]

Ba の場合  $K_0 = 3.1 - 2.5 = 0.6$  [eV]  
 黄赤色光の光子のエネルギーは

$$E = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 6.2 \times 10^{-7}} = 2.0 \text{ [eV]}$$

であるから、Cs の場合だけ出る。その場合の  $K_0$  は上と同様にして 0.1 eV

	紫色光	黄赤色光
Cs	1.2eV	0.1eV
Ba	0.6eV	出ない
W	出ない	出ない



271. (1) 速さを  $v$  [m/s] とすると

$$eV = \frac{1}{2}mv^2 \text{ から } v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^3}{9.1 \times 10^{-31}}} \\ = 1.3 \times 10^8 \text{ m/s} \quad \text{答}$$

(2) 個数を  $n$  [個/s] とすると

$$n \times 1.6 \times 10^{-19} = 1 \times 10^{-3} \\ \therefore n = 6.3 \times 10^{15} \text{ 個/s} \quad \text{答}$$

(3) 電子の運動エネルギーがすべてX線光子のエネルギーに変わる場合について

$$eV = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{hc}{\lambda_m} = h\nu_m$$

$$\therefore h = \frac{eV}{\nu_m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^3}{12.5 \times 10^{18}} \\ = 6.4 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{答}$$

272. (1) 1つのNa<sup>+</sup> (およびCl<sup>-</sup>) は8個の立方体に共有されている。1つの立方体にこのイオンが4個ずつあるから、1つの立方体にはNa<sup>+</sup> およびCl<sup>-</sup> がそれぞれ  $\frac{1}{2}$  個ずつ含まれることになり、 $2d^3$  の中にNaCl 1分子が含まれる。NaClの分子量を $M$ 、密度を $\rho$ 、アボガドロ数を $N_0$  とすると

$$\text{密度} = \frac{\text{質量}}{\text{体積}} \text{ から } \rho = \frac{\frac{M}{N_0}}{2d^3}$$

$$\therefore d = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_0}} \\ = \sqrt[3]{\frac{23.0 + 35.5}{2 \times 2.17 \times 6.02 \times 10^{23}}} \\ = 2.82 \times 10^{-8} \text{ cm} \quad \text{答}$$

(2) ブラッグの条件式で  $m = 1$  として

$$\lambda = 2d \sin \theta \\ = 2 \times 2.82 \times 10^{-8} \times 0.407 \\ = 2.30 \times 10^{-8} \text{ cm} = 2.30 \text{ \AA} \quad \text{答}$$

273. (1) 電圧  $V$  [V] で加速した電子の

速さは  $\sqrt{\frac{2eV}{m}}$  [m/s] で、これにともなわ

れる物質波の波長  $\lambda$  は  $\frac{h}{\sqrt{2meV}}$  [m] だか

ら

$$2d \sin \theta = n\lambda = \frac{nh}{\sqrt{2meV}}$$

$$\therefore V = \frac{n^2 h^2}{8med^2 \sin^2 \theta} \quad \text{答}$$

(2) (1)の式から

$$d^2 = \frac{n^2 h^2}{8meV \sin^2 60^\circ} = \frac{300n^2}{6V}$$

$$\therefore \sqrt{V} = \frac{\sqrt{50}}{d} n$$

$n = 1, 2$  のとき、 $V = V_1, V_2$  とすると

$$\sqrt{V_2} - \sqrt{V_1} = \frac{\sqrt{50}}{d}$$

$\sqrt{V_2} - \sqrt{V_1} = 5.0$  であるから

$$d = 1.4 \text{ \AA} \quad \text{答}$$

(3) (ア) 電子が金属に入るとき  $eV_0$  の仕事を受けるから、電圧  $V$  で加速された電子の運動エネルギーは  $e(V + V_0)$  である。運動エネルギー  $K$  と運動量  $p$  の間には

$$p^2 = 2mK$$

の関係があるから、本問の場合

$$p' = \sqrt{2me(V + V_0)} \quad \text{答}$$

$$(イ) \lambda' = \frac{h}{p'} = \frac{h}{\sqrt{2me(V + V_0)}} \quad \text{答}$$

(ウ) 入射角は  $90^\circ - \theta$ 、屈折角は  $90^\circ - \theta'$

$$\text{であるから } \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \quad \text{答}$$

$$(エ) 2d \sin \theta' = n\lambda'$$

(オ) 屈折率を  $\mu$  とすると

$$\mu = \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{V + V_0}{V}}$$

$$(カ)の式から \sin \theta' = \frac{n\lambda'}{2d} = \frac{n\lambda}{2\mu d}$$

$$(キ)の式から \cos \theta' = \frac{\cos \theta}{\mu}$$

これらを  $\sin^2 \theta' + \cos^2 \theta' = 1$  に入れて

$$\frac{n^2 \lambda^2}{4\mu^2 d^2} + \frac{\cos^2 \theta}{\mu^2} = 1$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \text{ と } \mu \text{ の式を入れると}$$

$$\frac{n^2 h^2}{8me^2 V} = \frac{V_0}{V} + \sin^2 \theta$$

$$\therefore V_0 = \frac{n^2 h^2}{8me^2} - V \sin^2 \theta \quad \square$$

274. (1) 中性子の運動エネルギーについて

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT \quad \therefore \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \square$$

$$(2) \lambda = \frac{h}{m\sqrt{\bar{v}^2}} = \frac{h}{\sqrt{3kmT}} \quad \square$$

(3) (2)の結果から

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 1.67 \times 10^{-27} \times 300}} \\ &= 1.46 \times 10^{-10} \text{ m} = 1.46 \text{ \AA} \quad \square \end{aligned}$$

## 第18章 原子・原子核

275. (1) 原子の中心には、正電荷をもつて原子の質量のほぼ全部を占めるきわめて小さい原子核があり、負電荷をもった電子が原子核のまわりの特定の軌道上を運動しているという原子模型

(2) 光は電磁波であるが粒子の性質もあり、振動数 $\nu$ の光はエネルギー $h\nu$ をもった粒子の流れであるという考え

(3) 仮設には2つのことが含まれる。

① 原子核のまわりの電子の軌道は

$$mv \cdot 2\pi r = nh$$

が成り立つものだけが許される。この軌道上では電子は特定のエネルギーをもっており、この軌道上を運行する限り、電子は電磁波を放射しない。

② 電子が1つの軌道から他の軌道へ移るときに、そのエネルギー差に等しいエネルギーをもった光子を放出または吸収する。

276. (1) (ア) 光子のエネルギー $E$ 、運動量 $p$ の間には、 $E = cp$ の関係があるから衝突前の光子の運動量は  $\frac{E_1}{c}$  答

(イ) 運動量保存  $\frac{E_1}{c} = -\frac{E_1'}{c} + mv_0$  答

エネルギー保存  $E_1 = E_1' + \frac{1}{2}mv_0^2$  答

(ウ) (イ)の2式から

$$E_1 = \frac{mv_0}{2} \left( c + \frac{v_0}{2} \right) \quad \text{答}$$

(エ) (ウ)の式を変形して

$$\begin{aligned} E_1 &= mc^2 \left\{ \frac{v_0}{2c} + \frac{1}{4} \left( \frac{v_0}{c} \right)^2 \right\} \\ &= 940 \left( \frac{0.11}{2} + \frac{0.11^2}{4} \right) \\ &= 55 \text{ MeV} \end{aligned} \quad \text{答}$$

(2) (オ) (1)と同様にして

$$E_2 = \frac{m_N v_N}{2} \left( c + \frac{v_N}{2} \right) \quad \text{答}$$

$$\begin{aligned} \text{(カ)} \quad E_2 &= m_N c^2 \left\{ \frac{v_N}{2c} + \frac{1}{4} \left( \frac{v_N}{c} \right)^2 \right\} \\ &= 14mc^2 \left\{ \frac{v_N}{2c} + \frac{1}{4} \left( \frac{v_N}{c} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

これに数値を入れて

$$E_2 = 1.1 \times 10^2 \text{ MeV} \quad \text{答}$$

277.  $\gamma$ 線の波長を $\lambda$ [m]とすると

$$2mc^2 = \frac{hc}{\lambda} \times 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \lambda &= \frac{h}{mc} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3.00 \times 10^8} \\ &= 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} \end{aligned} \quad \text{答}$$

278. (ア) ヘリウム原子核 (イ) 2

(ウ) 4 (エ) 電子 (オ) 1

(カ) 変わらない (キ) 電磁波

(ク) 電子 (ケ) 原子核

(コ)  $\alpha$ 線 (サ)  $\gamma$ 線

279. (1)  $\alpha$ 崩壊の回数を $n$ とすると

$$228 - 4n = 208 \quad \therefore n = 5 \text{ 回} \quad \text{答}$$

$\beta$ 崩壊の回路数を $n'$ とすると

$$90 - 2n + n' = 82$$

$n$ の値を入れて  $n' = 2$  回 答

(2) 減少した質量を $\Delta m$ [u]とすると

$$\begin{aligned} \Delta m &= 288.0287 - 207.9766 \\ &\quad - 4 \cdot 0.026 \times 5 - 0.00055 \times 2 \\ &= 0.038 \text{ u} \end{aligned}$$

したがって、放出されるエネルギーは

$$\begin{aligned} &0.038 \times 1.66 \times 10^{-27} \times (3.00 \times 10^8)^2 \\ &= 5.68 \times 10^{-12} \text{ J} \end{aligned} \quad \text{答}$$

280.  $t$ 年前であるとすると

$$\left( \frac{1}{2} \right)^t = 0.707 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{から} \quad \frac{t}{T} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore t = \frac{T}{2} = 2.87 \times 10^3 \text{ 年} \quad \text{答}$$

281. 減少した質量は有効数字3桁の計算では0とみなしてよいから、残留核の質量

は  $M-m$  とみてよい。  $\alpha$  粒子, 残留核の速度を  $v, V$  とすると

$$mv + (M-m)V = 0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(M-m)V^2 = Q$$

この2式から  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{M-m}{M}Q$  圈

282. (1) 1分間の計数値が10~11分の値456の半分228になるのは40分と50分の間にあるから,  $40+t$ 分から1分間であるとす。比例部分の方法によって

$$\frac{245-198}{228-198} = \frac{10}{10-t} \quad \therefore t = 3.6$$

半減期は  $40+t-10 = 33.6$ 分 圈

(2) 始めから33.6分後の計数値を  $N$  とすると, 比例部分の方法により

$$\frac{301-245}{N-245} = \frac{10}{6.4} \quad \therefore N = 281$$

したがって, 測り始めの計数値は

$$281 \times 2 = 562$$

圈

(3) 0~33.6分の計数値

$$\begin{aligned} &= \frac{562+456}{2} \times 10 + \frac{456+370}{2} \times 10 \\ &\quad + \frac{370+301}{2} \times 10 + \frac{301+281}{2} \times 3.6 \\ &= 13623 \end{aligned}$$

(これは近似計算である。実際には右図の曲線であるものを鎖線とみなしたものである。)これが放射線量の5%なのであるから

$$\text{放射線量} = 1.36 \times 10^4 \times 20 = 2.72 \times 10^5$$

初めの原子核の数はこの2倍で

$$2.72 \times 10^5 \times 2 = 5.4 \times 10^5 \text{ 個} \quad \text{圈}$$

283. (ア) 減少した質量

$$= 10.01294 + 1.00867 - (4.00260 + 7.01601)$$

$$= 3.00 \times 10^{-3} \text{ u}$$

これをエネルギーに換算すると

$$3.00 \times 10^{-3} \times 9.30 \times 10^2 = 2.79 \text{ MeV} \quad \text{圈}$$

(イ) 互いに反対 (ウ) 等しい  
(初めの全運動量は0とみてよい。)

$$mv - MV = 0$$

(エ)  $\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 &= E \end{aligned} \right\} \text{から}$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{M}{m+M}E = 2.8 \times \frac{4}{11}$$

$$= 1.0 \text{ MeV} \quad \text{圈}$$

(オ)  $\frac{1}{2}MV^2 = 2.8 \times \frac{3}{11} = 1.8 \text{ MeV} \quad \text{圈}$

(カ) 116

(キ)  $2.22 \times 10^4 \text{ 個/min} = 370 \text{ 個/s}$   
 $= 3.70 \times 10^{10} \times 10^{-8} \text{ 個/s}$   
 $= 1.00 \times 10^{-8} \text{ Ci} \quad \text{圈}$

(ク) 初めの量と378分後の量をそれぞれ,  $N_0, N$  とすると

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{378}{54}} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$\therefore N_0 = N \times 2^7 = 1.00 \times 10^{-8} \times 2^7 = 1.28 \times 10^{-8} \text{ Ci} \quad \text{圈}$$

284. (1) 発生するエネルギー

$$\begin{aligned} &= (2.0136 \times 2 - 3.0150 - 1.0087) \times 9.3 \times 10^2 \\ &= 3.26 \text{ MeV} \quad \text{圈} \end{aligned}$$

(2) 初めの全運動量は0であるから, 初めの運動エネルギーの和と質量から変換したエネルギーの和は  ${}^4_2\text{He}$  の運動エネルギーに質量の逆比で配分される。

$${}^1_1\text{H} : (0.35 \times 2 + 3.26) \times \frac{3}{4} = 2.97 \text{ MeV}$$

$${}^4_2\text{He} : (0.35 \times 2 + 3.26) \times \frac{1}{4} = 0.99 \text{ MeV}$$

(3) 1モルの  ${}^1_1\text{H}$  によって  $3.0 \times 10^{23}$  の反応が起こり得るから, 全エネルギーは  
 $3.26 \times 3.0 \times 10^{23} \times 1.6 \times 10^{-13}$   
 $= 1.56 \times 10^{11} \text{ J} \quad \text{圈}$

