

高1・高2・高3生

本科 開講日 4月12日(木)

休講日一覧

月	日	
4	29 (日)	休 講
	30 (月)	休 講
5	3 (木)	休 校
	4 (金)	休 校
	5 (土)	休 校
	6 (日)	休 校
	22 (火)	試験対策期間
	23 (水)	試験対策期間
	24 (木)	試験対策期間
	25 (金)	試験対策期間
	26 (土)	試験対策期間
	28 (月)	試験対策期間



## 目 次

			ページ
1. 数と式 (I)	[例題 1]	問題 [2], [3], [4]	4
2. 数と式 (II)	[例題 5]	[6], [7], [8]	6
3. 数と式 (III)	[例題 9]	[10], [11], [12]	8
4. 方程式と不等式 (I)	[例題 13]	[14], [15], [16]	12
5. 方程式と不等式 (II)	[例題 17]	[18], [19], [20]	14
6. 方程式と不等式 (III)	[例題 21]	[22], [23], [24]	16
7. 関数とグラフ (I)	[例題 25]	[26], [27], [28]	20
8. 関数とグラフ (II)	[例題 29]	[30], [31], [32]	22
9. 図形と方程式 (I)	[例題 33]	[34], [35], [36]	26
10. 図形と方程式 (II)	[例題 37]	[38], [39], [40]	28
11. 三角比	[例題 41]	[42], [43], [44]	32

# Ch. 1 数と式

<基本事項のまとめ>

① 式の展開      同次数項をそろえてたてがきにする

② 因数分解の基本

- (1) 共通因数くくり出し
- (2) 最低次数の1文字について整理
- (3) 因数定理の利用
- (4) (まとまり) =  $t$  とおく
- (5) 4次 … 2乗の差をつくれ

置換

③ 記憶すべき等式

- (1)  $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- (2)  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- (3)  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
- (4)  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca))$

④ 除法の原理

整式において、 $P(x)$ を $A(x)$ で割ると商 $Q(x)$ がたち、余り $R(x)$ となる。

$$\Leftrightarrow P(x) = A(x) \cdot Q(x) + R(x) \quad (R(x) \text{は} A(x) \text{より低次})$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{r} Q(x) \\ A(x) \overline{)P(x)} \end{array} \quad \dots \text{商}$$

$$\overline{R(x)} \quad \dots \text{余り}$$

(注) この種の問題は、除法の原理により正しく式をつくり、

$A(x) = 0$  の解を代入することがPointsとなる。

⑤ 対称式 式中のどの2文字を入れかえても変化しない式

(例)  $a + b$ ,  $ab$ ,  $a^2 + b^2$ ,  $x^2 + y^2 + z^2$ ,  $a\beta + \beta\gamma + \gamma a$ ,

$a^3 + \beta^3 + \gamma^3$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta}$ ,  $\frac{\beta}{a} + \frac{a}{\beta}$ ,  $|a - \beta|$  など

[定理] 対称式は基本対称式で表現できる。

基本対称式とは, (2文字の場合)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{和} \quad a + b, \quad a + \beta \quad \dots \\ \text{積} \quad ab, \quad a\beta \quad \dots \end{array} \right.$

(3文字の場合)  $\left\{ \begin{array}{ll} \text{和} & a + b + c \quad a + \beta + \gamma \\ \text{積の和} & ab + bc + ca \quad a\beta + \beta\gamma + \gamma a \\ \text{積} & abc \quad a\beta\gamma \end{array} \right.$

(注) 式の計算や方程式・不等式の問題などにあらわれる式は対称式が多い。  
対称式の [定理] をうまく利用すれば, 問題を解くヒントにもなるし,  
スマートにも解ける。

## 1. 数と式 (I)

### 【例題1】(展開と因数分解)

整式  $P(x) = x^2 - 2x - 8$  と  $Q(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$  について、

- (1) 2つの整式をそれぞれ因数分解せよ。
- (2)  $P(x)$  と  $Q(x)$  の最大公約数(G. C. M.)および最小公倍数(L. C. M.)を求めよ。

【2】(1)  $(a + b + c)^2$  を展開して整理せよ。

- (2) 4次の整式  $x^4 + 3x^3 + ax^2 + 6x + b$  が完全平方式(1次式の平方)となるように定数  $a, b$  を定めよ。

【3】 (1)  $x^4 + x^2 + 1$  を2つの2次式の積であらわすと  となる。

( ' 90 昭和薬科大 )

(2) ①  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$  を係数が整数の2次式の積に分解せよ。

②  $g(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$  とするとき、 $f(x)$  と  $g(x)$  の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

( ' 90 関西大・商 )

【4】 (1)  $x + \frac{1}{x} = 2$  のとき、 $x^3 + \frac{1}{x^3} =$

(2) 0でない実数  $a, b, c$  が  $a + b + c = 0$  をみたすとき、

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} =$$

( ' 88 岐阜教育大 )

## 2. 数と式 (II)

### 【例題5】(除法の原理)

$x$ の整式 $f(x)$ を $x^2 - 3x + 2$ で割ったときの余りが $12x + a$ で、  
 $x^2 - 5x + 6$ で割ったときの余りが $24x - 30$ であるという。このとき、 $f(x)$ を $x^2 - 4x + 3$ で割ったときの余りを求めよ。

【6】(1)  $x$ の整式  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - x + b$  が  $x^2 - x - 2$  で割り切れるとき、 $f(x)$ を因数分解すると  である。

( '90 南山大・経)

(2)  $x^3 + x^2 + ax + b$  が  $(x-1)(x-2)$  で割り切れるよう  $a$  と  $b$  の値を求めよ。

( '90 日本福祉大・経)



【7】 整式 $P(x)$ は次の条件(A), (B)を満たすものとする。

(A)  $P(x)$ を  $x^2 - 4x + 3$  で割ると、余りは  $65x - 68$  である。

(B)  $P(x)$ を  $x^2 + 6x - 7$  で割ると、余りは  $-5x + a$  である。

このとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$  であることがわかる。

$P(x)$ を  $x^2 + 4x - 21$  で割ったときの余り  $bx + c$  を求めよう。

条件(A)より、 $\boxed{\text{イ}}b + c = \boxed{\text{ウエオ}}$

$a = \boxed{\text{ア}}$  と条件(B)より、

$\boxed{\text{カキ}}b + c = \boxed{\text{クケ}}$

である。したがって、

$b = \boxed{\text{コ}}$  ,  $c = \boxed{\text{サシス}}$  である。

( '90 センター )

【8】 次のわく内にあてはまる整数を求めよ。

$x = 2 + \sqrt{7}$  は、2次方程式  $x^2 + \boxed{\phantom{00}}x + \boxed{\phantom{00}} = 0$  の解である。

したがって、 $x = 2 + \sqrt{7}$  のとき  $x^2 - 4x - 11$  の値は  $\boxed{\phantom{00}}$  であり、

$2x^4 - 5x^3 - 14x^2 - 20x - 6$  の値は  $\boxed{\phantom{00}}\sqrt{7} + \boxed{\phantom{00}}$  である。

### 3. 数と式 (Ⅲ)

【例題9】(対称式)

$x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$  とするとき, 次の式を計算をせよ。

(1)  $x^2 + y^2$                       (2)  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$                       (3)  $\frac{x^3}{y} - \frac{y^3}{x}$

( ' 90 専修大・経 )

【10】 次の各式を簡単にせよ。

(1)  $(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})$

(2)  $\frac{8}{3 - \sqrt{5}} - \frac{2}{2 + \sqrt{5}}$

(3)  $\sqrt{19 + 8\sqrt{3}} + \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$

( ' 90 千葉工大・機械 )

- 【11】  $x=1+i$ ,  $y=1-i$  のとき,  $x^3-x^2y-xy^2+y^3$  の値を求めよ。  
ただし,  $i$  は虚数単位とする。

( ' 90 熊本工大 )

- 【12】  $x+y+z=0$ ,  $xy+yz+zx=3$ ,  $xyz=5$  とするとき,  
 $x^4+y^4+z^4$  を求めよ。

( ' 89 立正大・文 )

## Ch. 2 方程式と不等式

<基本事項のまとめ>

### ① 2次方程式の解法

(1)  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad (\text{ただし, } D = b^2 - 4ac)$$

(2)  $ax^2 + 2b'x + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) の解は

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{D/4}}{a} \quad (\text{ただし, } D/4 = b'^2 - ac)$$

(3) 2次方程式の解と判別式Dの関係

①  $D > 0 \Leftrightarrow$  相異なる2実数解をもつ

②  $D = 0 \Leftrightarrow$  実数の重複解をもつ

③  $D < 0 \Leftrightarrow$  共役な2虚数解をもつ

(4) 2次方程式の解と係数の関係

$ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) の2解を  $\alpha, \beta$  とする。

$\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$  と因数分解できる。

$\Leftrightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$

### ② 3次以上の方程式の解法

(1) 因数定理  $f(x)$  が整式するとき,

$f(a) = 0 \Rightarrow f(x)$  は  $(x - a)$  を因数にもつ

高次方程式の解法は、特殊なものを除き、因数定理を用いて低次の方程式の解法に帰着するのが一般的である。

② 3次方程式の解と係数の関係

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  ( $a \neq 0$ ) の解が  $\alpha, \beta, \gamma$  である。

$$\Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

と因数分解できる。

$$\Leftrightarrow \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

(注) 解と係数の関係を利用する問題では同時に対称式(文字の入れかえで変化しない式)の次の定理を知っていると有効

[定理] 対称式は基本対称式で表現できる

基本対称式とは、

2文字の場合  $x + y, xy$  (和と積)

3文字の場合  $x + y + z, xy + yz + zx, xyz$

(和と積の和と積)

③ 方程式・不等式と関係のグラフ

不等式の解法や方程式の解の複雑な問題では関数のグラフを利用して、グラフを見ながら考えるのがよい。基本的な考え方は次の通り。

(1) 方程式  $f(x) = g(x)$  の実数解(重複解)は、関数  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフの交点(接点)の  $x$  座標で与えられる。

(2) 不等式  $f(x) > g(x)$  の解は、関数  $y = f(x)$  のグラフが  $y = g(x)$  のグラフより上にあるような  $x$  の範囲で与えられる。

(注) (1), (2)において、とくに  $g(x) = 0$  の場合 ( $y = g(x)$  のグラフは  $x$  軸である) がよく利用される。

## 4. 方程式と不等式 (I)

【例題13】(2次方程式の解と係数の関係)

2次方程式  $x^2 + 2x - 4 = 0$  の2つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、

- (1)  $\alpha + \beta, \alpha\beta$  を求めよ。
- (2)  $\alpha^2 + \beta^2, \alpha^3 + \beta^3$  を求めよ。
- (3)  $|\alpha - \beta|$  を求めよ。
- (4)  $\alpha + 2, \beta + 2$  を2解とする2次方程式を求めよ。

( ' 89 武蔵大・人文)

【14】 2次方程式  $x^2 + 2(k-1)x - k^2 + 3k - 1 = 0$  が重(複)解をもつという。このときの定数  $k$  の値と、それに対するこの方程式の解を求めよ。

( ' 89 神戸学院大・法)

【15】 (1)  $x = 2 - i$  のとき  $x^2 + ax + b = 0$  をみたす実数  $a, b$  は

$$a = i \square, \quad b = \eta \square, \quad \text{ただし } i = \sqrt{-1}$$

( ' 90 工学院・工 )

(2) 方程式  $x^2 + 3x + 1 = 0$  の2つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、

$$(\alpha^2 + 5\alpha + 1)(\beta^2 - 4\beta + 1) = \tau \square \text{ である。}$$

( ' 90 慶大・経 )

【16】 次の  $\square$  にあてはまる数値を答えよ。

$$f(x) = x^2 + 2x + \frac{12}{x} + \frac{36}{x^2} - 23 \text{ とする。}$$

(1)  $X = x + \frac{6}{x}$  とおくと、 $f(x) = g(X) = (X + \tau \square)^2 - \eta \square$   
である。したがって、 $g(X) = 0$  の解は、 $X = -\Gamma \square, \theta \square$   
である。

(2) (1)より、 $f(x) = 0$  の解は

$$X = -\Gamma \square \text{ より、 } x = -\kappa \square, -\xi \square$$

$$X = \theta \square \text{ より、 } x = \nu \square, \eta \square \text{ である。}$$

((注) :  $-\kappa \square < -\xi \square, \nu \square < \eta \square$  であるように答えよ。)

( ' 90 神戸学院大・薬 )

## 5. 方程式と不等式 (II)

【例題17】(連立方程式・不等式)

(1)  $x$  の2次方程式  $x^2 - 2x + a^2 = 0$  と  $x^2 - ax + 2a = 0$  が共通解をもつように定数  $a$  の値を定め、そのときの共通解を求めよ。

(2)  $f(x) = x^2 + x - 2$  とするとき、不等式  $f(f(x)) < 0$  を解け。

( '90 東京電機大・理工)

【18】 次の連立方程式の解を求めよ。

$$\begin{cases} 2x^2 - 2x - y + z = 6 \\ x^2 - x + 2y - z = 1 \\ 5x^2 - 5x - y - 2z = 3 \end{cases}$$

( '89 国学院・法)



【19】 次の不等式をみたす  $x$  の範囲を求めよ。

$$|x^2 - 5x| < 6$$

( ' 90 国士館大・工 )

【20】  $a > 0$ ,  $b > 0$  のとき,  $\frac{a+b}{4}$ ,  $\frac{\sqrt{ab}}{2}$ ,  $\frac{ab}{a+b}$  の大小を比較せよ。

( ' 90 徳島文理大・薬 )

## 6. 方程式と不等式 (Ⅲ)

### 【例題21】(3次方程式)

(1) (1の3乗根)・方程式  $x^3=1$  の解を求めよ。また、この虚数解の1つを  $\omega$  とおくと、次の  に適する値を入れよ。

①  $\omega^3 = \text{$     ②  $\omega^2 + \omega + 1 = \text{$     ③  $\omega^{100} = \text{$

(2) 3次方程式  $x^3 + 3x - 5 = 0$  の3つの解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とするとき、 $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$  を求めよ。

【22】 (1)  $x^3 + 2x^2 - ax - 3 = 0$  の解が  $1, -1, -2$  であるように  $a$  の値を定めよ。ただし、答の出ないものは、問題中の数字を1個だけ訂正して答えを出せ。

( '90 神戸女子大)

(2) 方程式  $x^3 + ax^2 + ax + 1 = 0$  が虚数の解をもつとき、実数  $a$  のとる値の範囲は  である。

( '90 京都産業大・理)

【23】 整数係数の3次方程式  $x^3 - 7ax - 4a = 0$  において、3つの解を  $\alpha$ 、

$\beta$ 、 $\gamma$  とし、 $\alpha < 0$ 、 $\alpha^2 = 6 - \sqrt{32}$  であるとき、 $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$  の値を求めよ。

( '90 福井工業大)

【24】 (不定方程式)

$p$ 、 $q$  を相異なる素数とする。

(1) 整数  $r$ 、 $s$  は、 $pr - qs = 1$  をみたすとする。

このとき、 $pm - qn = 1$  をみたす2つの整数  $m$ 、 $n$  はある整数  $k$  を用いて、

$$m = r + kq, \quad n = s + kp$$

と表せることを示せ。

(2)  $3m - 5n = 1$  をみたす整数  $m$ 、 $n$  を  $x$  座標、 $y$  座標とする点  $(m, n)$  の中で、原点  $(0, 0)$  に一番近いものを求めよ。

( '90 津田塾大・数)

## Ch. 3 関数とグラフ

<基本事項のまとめ>

① (平行移動) 関数  $y = f(x)$  のグラフを  $x$  軸方向に  $p$ 、 $y$  軸方向に  $q$  平行移動したグラフの関数は、 $y - q = f(x - p)$

② 関数のグラフ

関数の一般的な式のグラフは、基本となる式のグラフを平行移動して得られるから、基本式のグラフの形を覚えていくつかの点をとれば容易にかくことができる。

(1) 1次関数  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) 傾き  $a$ 、 $y$  切片  $b$  の直線

(2) 2次関数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

$\rightarrow y = a(x - p)^2 + q$  に変形

頂点  $(p, q)$ 、軸  $x = p$  の放物線で  $a > 0$  ( $a < 0$ ) のとき下に(上に)凸

(3) 分数関数

$y = \frac{c}{a} \frac{x + d}{x + b}$  ( $a \neq 0$ )  $\rightarrow y = \frac{k}{x - p} + q$  に変形

直角双曲線で、 $x = p$ 、 $y = q$  を漸近線とする。(  $y = \frac{k}{x}$  を平行移動)

(4) 無理関数  $y = \sqrt{ax + b} + c$  ( $a \neq 0$ )

$y = -\sqrt{ax + b} + c$  ( $a \neq 0$ )

放物線の半分を横だおしにしたもの ( $y = \pm\sqrt{ax}$  を平行移動)

(5) 絶対値を含む関数

① 全体に絶対値が付いている場合、 $y = |f(x)|$  のグラフは、

$y = f(x)$  のグラフで  $y < 0$  の部分を  $x$  軸について折り返したもの

② 一部に付いている場合、絶対値の定義に従って場合分け

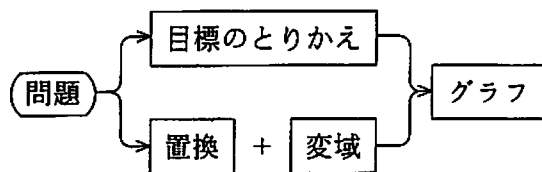
(6)  $y = x \pm \frac{1}{x}$  のグラフ  $y = x$  と  $y = \frac{1}{x}$  のグラフを合成する

③ 関数のグラフの方程式・不等式の応用 Ch2. の③をみよ。

④ 関数の最大・最小

関数の最大値(最小値)とは、その関数のとりうる値のうちで最大(最小)のものである。従って、関数のグラフを変域に注意してかけば一目で最大(最小)値がわかる。

(1) 最大・最小問題の4Points



(2) 2次関数  $y = f(x)$  の変域  $I$  における最大・最小問題で、

(ア) 関数に  $x$  以外の文字(パラメーター)が入っている場合

(イ) 変域  $I$  に文字が入っている場合

がある。いずれの場合も、 $y = f(x)$  のグラフ(放物線)の次の点に注意して場合分けするとよい。

<注目点> ① 上に凸か下に凸か

② 頂点, 軸, 変域の端点, 中点との関係

③ 放物線は軸について対称である

(3) 種々の関数の最大・最小問題も、適当に目標をとりかえたり、置換を行えば、多くは2次関数の最大・最小問題に帰着させることができる。このとき、新しい変数(文字)の変域に注意しなくてはならない。

## 7. 関数とグラフ (I)

### 【例題25】(2次関数のグラフ — 放物線)

2次関数  $y = -x^2 + 2x + 3$  について

(1) 標準形に変形して  $y = -x^2$  のグラフとの関係を示しグラフをかけ。

また、頂点の座標、対称軸の方程式、 $x$ 軸、 $y$ 軸との交点を示せ。

(2) 区間  $0 \leq x \leq 4$  における  $y$  の値の最大値と最小値を求めよ。

### 【26】 次の条件を満たす放物線をグラフとする2次関数を求めよ。

(1) 3点  $(-1, 7)$ ,  $(0, -2)$ ,  $(1, -5)$  を通る。

(2) 軸の方程式が  $x = 4$  で、2点  $(2, 1)$ ,  $(5, -2)$  を通る。

(3) 頂点の座標が  $(1, 6)$  で直線  $y = 2x + 6$  とただ1点を共有する。

(4) 2次関数  $y = 2x^2$  のグラフを平行移動したもので、点  $(1, 3)$  を通り、  
頂点が直線  $y = 2x - 3$  上にある。

( ' 90 兵庫医科大 )

【27】  $x$  の関数  $f(x) = x^2 + ax + a$  の最小値は  $\frac{3}{4}$  である。

(1)  $a$  の値を求めよ。

(2)  $a > 2$  のとき、原点を通り、曲線  $y = f(x)$  に接する直線の方程式を求めよ。

( ' 90 明星大・理工 )

【28】  $y = ax + 5$  のグラフと  $y = |x(x - 2)| + 2|x - 2|$  のグラフが4個の相異なる点を共有するような  $a$  の範囲を求めよ。

( ' 90 立教大・理 )

## 8. 関数とグラフ (II)

【例題29】(分数関数・無理関数のグラフ)

(1) 関数  $y = \frac{3-4x}{2x+1}$  のグラフは2つの漸近線  をもつ。また、

$y < 0$  となる  $x$  の値の範囲は  である。 ('90 南山・経)

(2)  $2x+9-\sqrt{3-2x} \geq 0$  をみたす  $x$  の範囲は  である。

(類 '90 青学・理工)

【30】 関数  $f(x)$  を、 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x+1} & (x < 0) \\ |x-1| & (0 \leq x < 2) \\ x^2 - 4x + 5 & (x \geq 2) \end{cases}$  とするとき、

$y = f(x)$  のグラフをかけ。

('90 近大・商経)



【31】 (1)  $y = x$  と  $y = \frac{1}{x}$  のグラフを合成して、 $y = x + \frac{1}{x}$  のグラフをかけ。

(2)  $y = \frac{2x}{x^2 - 3x + 1}$  の  $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$  における最大値  $M$  と最小値  $m$  を求めよ。

【32】 2つの不等式  $x^3 + 3x^2 - x - 3 > 0 \dots \textcircled{1}$ ,  $x^2 - 2ax - 1 \leq 0 \dots \textcircled{2}$  について、次の問いに答えよ。

(1) 不等式①を解け。

(2) 2つの不等式①, ②を同時に満たす整数がただ1つ存在するように  $a$  の値の範囲を定めよ。

( '90 東北工業大・通信)

## Ch. 4 図形と方程式

<基本事項のまとめ>

① 距離と分点 (以下では  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  とする)

(1) 点A, Bの距離  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(2) 点Pは線分ABを  $m:n$  に分ける (注) 外分のときは,  $m, n$

$\Leftrightarrow P \left( \frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n} \right)$  一方のみを負とせよ

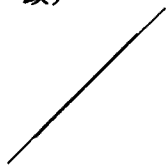
(3) (重心) =  $\frac{(\text{各頂点の和})}{(\text{その個数})}$

② 直線の方程式・関係

(1) 点  $(a, b)$  を通る直線の方程式  $y - b = m(x - a)$

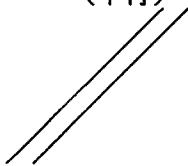
(2) 2直線の関係

(一致)



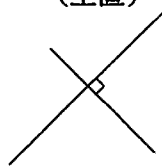
傾き,  $y$ 切片とも等しい

(平行)



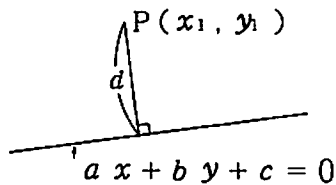
傾きのみ等しい

(垂直)



(傾き)  $\times$  (傾き) = -1

③ 点と直線の距離の公式  $\rightarrow$  角の2等分線・円と直線へ応用



$$\text{距離 } d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

④ 円の方程式と円の接線

(1) 中心  $(a, b)$ , 半径  $r$  の円の方程式は  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

(2) 接線は,  $x, y$  の半分に接点を代入する

- ⑤ 2曲線  $f(x, y)=0$  と  $g(x, y)=0$  との交点を通る曲線(群)の方程式は,

$$f(x, y)+k g(x, y)=0 \quad (k \text{ は定数})$$

- ⑥ 軌跡の求め方

軌跡を与える動点を  $(X, Y)$  とおき, (条件より  $X, Y$  を求め)  $X$  と  $Y$  だけの関係式 をつくる。

- ⑦ 領域の図示の仕方

- (1) 不等号を等号に直して, 境界線 をかく。
- (2) 境界線で分けられた各部分内の 適当な 1 点 を与不等式に代入して成立するときはその部分に斜線をぬる。

## 9. 図形と方程式 (I)

【例題33】(角の2等分線 → 点と直線の距離の公式)

2直線  $5x + 12y = 0$  と  $4x - 3y = 0$  の交角の2等分線の方程式を求めよ。

( '90 法政・工 )

【34】(1) 点  $(-2, 1)$  を通り、直線  $2x + 3y = 6$  と垂直な直線の方程式は、  
 $3x + \square y + \square = 0$  である。

( '90 武蔵大・経 )

(2)  $x, y$  に関する2次方程式  $x^2 + xy - 2y^2 + 4x + 5y + 3 = 0$  は  
2直線を表し、この2直線の交点は  $(\square, \square)$  である。また、  
この2直線と直線  $x + y = 3$  とで囲まれた三角形の面積は  $\square$  である。

( '90 近大・理工B )

【35】(円と直線 → 点と直線の距離の公式)

原点を中心とする半径  $r$  の円が直線  $y = \frac{x}{2} + 1$  と異なる2点  $P, Q$  で交わるための条件は、 $r > \square$  である。

また、 $r = 2$  のとき、放物線  $y = \square x^2 + \square x$  は3点  $P, Q, O$  を通る。このとき、 $P, Q$  の  $x$  座標は  $\square, \square$  である。

( ' 90 明治学院大・経 )

【36】(1)  $x, y$  平面上で3点  $(0, 0), (-1, 2), (4, -4)$  を通る円の方程式は  $\square$  となる。

( ' 90 北海道工業大 )

(2)  $y$  軸の正の部分に中心をもつ円で、放物線  $y = x^2$  と原点  $O$  だけを共有するもののうち、最大の半径をもつものは方程式  $\square$  で与えられる。

( ' 90 東北学院・工 )

## 10. 図形と方程式 (II)

### 【例題37】(点の軌跡)

放物線  $y = x^2 - 2x + 4$  上の点を  $P(x, y)$  とし、定点を  $Q(2, 2)$  とする。線分  $PQ$  を  $3 : 2$  に外分する点  $R(X, Y)$  の描く軌跡の方程式は、

$Y = \square X^2 + 4X + \square$  である。

( '90 日大・理工 )

【38】 平面上において、点  $P$  から放物線  $y = x^2 - 3x$  に引いた2つの接線が互いに直交するとき、このような点  $P$  の軌跡の方程式は  $\square$  である。

( '90 日本獣医畜産大 )

【39】(不等式で表された領域)

- (1)  $5 \leq (x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 10$  を満たす点  $(x, y)$  の存在する範囲を図示せよ。
- (2)  $|x| + |y| = 2$  のグラフをかけ。
- (3) 点  $(x, y)$  が(1)の領域を動くとき,  $|x| + |y|$  の最大値と最小値を求めよ。

( ' 90 成城大・法 )

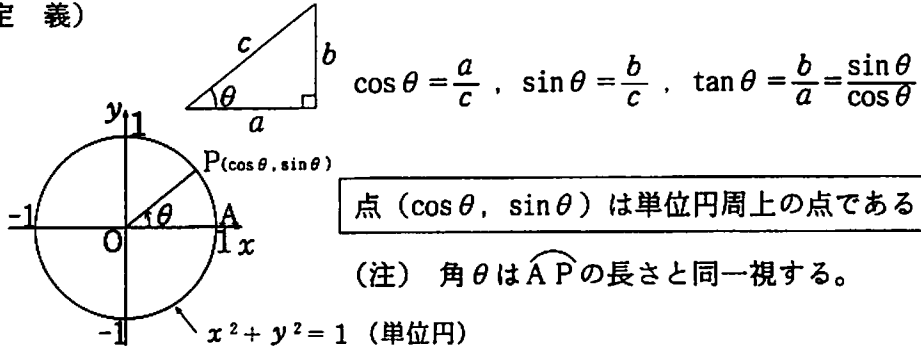
- 【40】 次の2つの不等式  $(x^2 + y^2 - x + y)(x^2 + y^2 - x - y) \leq 0, y \geq 0$  をともに満たす点  $(x, y)$  の存在する領域を図示し,  $x + 2y$  の最大値, 最小値を求めよ。

( ' 90 名城大・理工 )

# Ch. 5 三角比

<基本事項のまとめ>

## ① (定義)



## ② (性質)

(1)  $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  の関係

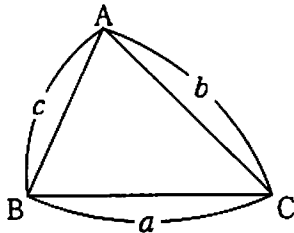
$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

(2)  $\cos \theta$  と  $\tan \theta$  の関係

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} \cos^2 \theta \text{ である。}$$

## ③ 三角形と三角比

(1) (約束)



辺の長さ ...  $a, b, c$  (小文字)

角の大きさ ...  $A, B, C$  (大文字)

面積 ...  $S, \triangle ABC$

外接円の半径 =  $R$

内接円の半径 =  $r$       半周  $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

(2) [正弦定理]

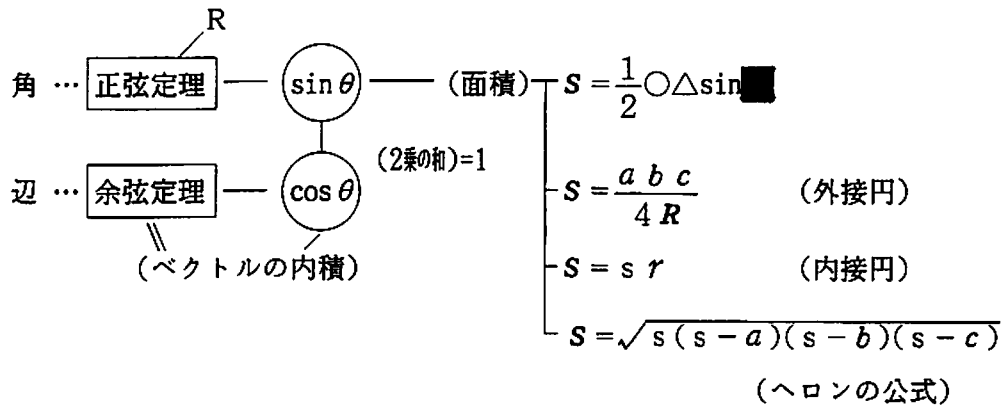
$$\frac{\blacksquare}{\sin \blacksquare} = 2R$$

[余弦定理]

$$\blacksquare^2 = \circ^2 + \triangle^2 - 2\circ\triangle \cos \blacksquare$$



(3) まとめ



## 11. 三角比

### 【例題41】(三角形と三角比)

$\triangle ABC$ において、 $BC=7$ 、 $CA=5$ 、 $AB=3$ である。

- (1) 頂角 $A$ の大きさは何度か。
- (2)  $\triangle ABC$ の面積 $S$ を求めよ。
- (3)  $\triangle ABC$ の外接円の半径 $R$ および内接円の半径 $r$ を求めよ。

【42】 四辺形 $ABCD$ で、 $AB=2$ 、 $BC=3$ 、 $CD=4$ 、 $DA=3$ 、 $\angle BCD=60^\circ$  のとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 対角線 $BD$ の長さを求めなさい。
- (2)  $\angle BAD$ の大きさを求めなさい。
- (3) 四辺形 $ABCD$ の面積を求めなさい。
- (4)  $\triangle ABD$ の内接円の半径を求めなさい。ただし、分数の分母は有理化すること。

( '90 国学院・法)

【43】  $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の2等分線が辺BCと交わる点をDとするとき、Dから辺AB、ACに垂線DE、DFが引けて、 $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{2}$ 、 $\frac{AF}{FC} = 2$ が成り立つ。3辺BC、CA、ABの長さを $a$ 、 $b$ 、 $c$ とすると、次の空らんをうめよ。

(1)  $\frac{BD}{DC} = \boxed{\phantom{000}} \frac{c}{b}$

(2)  $\cos B = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}} \frac{(b+c)}{a}$

(3)  $c = \boxed{\phantom{000}} b$

(4)  $a = \sqrt{\boxed{\phantom{000}}} b$

(5)  $b = 3\text{ cm}$  とするならば、 $\triangle ABC$ の面積は  $\boxed{\phantom{000}}\text{ cm}^2$  である。また、 $\triangle DEF$ の面積は  $\boxed{\phantom{000}}\text{ cm}^2$  である。

( ' 90 早大・商 )

【44】 座標平面上に $\triangle ABC$ があり、その3つの頂点は  $A(p, q)$ 、 $B(-1, 0)$ 、 $C(1, 0)$  で、 $\angle A = 30^\circ$  である。ただし、 $q > 0$  である。

頂点Aが上の条件を満たしながら変わるとき、

- (1) 点Aはどんな曲線をえがくか。
- (2)  $AB \cdot AC$ の最大値を求めよ。

( ' 90 関西大・商 )