

基礎解析・最低限基礎事項 (基本プリント)

<三角関数>

- (1) 三角関数の定義を言え.
- (2) 角 $\theta = \square$. $180^\circ = \square$.
- (3) $\cos \theta$, $\sin \theta$ の値の範囲は?
- (4) $\cos \theta$, $\sin \theta$ の関係は?
- (5) $\cos \theta$, $\tan \theta$ の関係は?
- (6) 加法定理を言え.
- (7) (CM5) をかけ.
- (8) 2倍角の公式をかけ.
- (9) 半角の公式をかけ.
- (10) 3倍角の公式をかけ.
- (11) $\tan \theta = t$ のとき, $\cos 2\theta$, $\sin 2\theta$ は?
- (12) 単振動の合成とは?
- (13) 2乗は \square ・ 積は \square .
- (14) 三角関数の置換+変域について言え.
- (15) $y = \sin x$ のグラフをかけ.
- (16) $y = \cos x$ のグラフをかけ.
- (17) $y = \tan x$ のグラフをかけ.
- (18) ド・モアブルの定理をかけ.
- (19) $x^n = 1$ の解法は?

<指数・対数関数>

- (20) n 乗根 $\sqrt[n]{a}$ の定義は?
- (21) $a^n = \square$, $a^0 = \square$, $a^{-1} = \square$, $a^{\frac{1}{n}} = \square$
- (22) 対数の定義を言え.
- (23) 定義は \square と同値である.
- (24) 指数法則を4つかけ.
- (25) 対数法則を4つかけ.
- (26) $\log_a 1 = \square$, $\log_a a = \square$
- (27) 対数計算のPointsを言え.
- (28) $y = a^x$ のグラフをかけ.
- (29) $y = \log_a x$ のグラフをかけ.
- (30) 指数・対数の置換+変域を言え.
- (31) 対数方程式・不等式の解法は?

<数列>

- (32) (CM11) を言え.
- (33) 等差数列の定義式は?
- (34) 等差数列の一般項は?
- (35) 等差数列の和とその求め方は?
- (36) 等比数列の定義式は?
- (37) 等比数列の一般項は?
- (38) 等比数列の和とその求め方は?
- (39) 双対性について述べよ.
- (40) まないたのテクニックとは?
- (41) Σ 一公式を4つかけ.
- (42) Σ 一公式の証明方法は?
- (43) $S_n = \Sigma a_k$ の求め方を4ついえ.
- (44) 差に直す方法をいえ.
- (45) 和 S_n から一般項 a_n の求め方をいえ.
- (46) 積 P_n から一般項 a_n の求め方をいえ.
- (47) 漸化式 (I型) とその解法は?
- (48) 漸化式 (II型) とその解法は?
- (49) 漸化式 (III型) とその解法は?
- (50) 漸化式 (IV型) とその解法は?
- (51) 漸化式 (V型) とその解法は?
- (52) 群数列のPointsを3つ述べよ.
- (53) $\underbrace{a a \cdots a}_n = \square$
- (54) 数学的帰納法による証明のスタイルを述べよ.

<微分法>

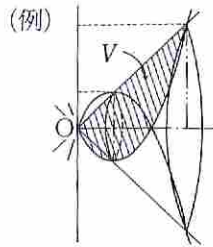
- (55) (CM18) をかけ.
- (56) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ の定義を言え.
- (57) limit の計算方法は?
- (58) $y = f(x)$ の導関数の定義は?
- (59) $f(x)$ の図形的意味は?
- (60) 微分法の公式を言え.
1.定数 2.べき乗 3.線形性 4.積 5.合成
- (61) 接線の方程式(文と式)をかけ.

- (62) 法線の定義と方程式をかけ。
- (63) $y=f(x)$ が単調増加(単調減少)とは？
- (64) 極大値(極小値)の定義を言え。
- (65) 変曲点の定義を言え。
- (66) $y=f(x)$ のグラフの書き方を言え。
- (67) 3次関数のグラフは の3種類のみ。
- (68) 4次関数のグラフは の4種類のみ。
- (69) 因数分解できる関数のグラフの簡単な書き方を述べよ。
- 例. $y = -x^2(x+2)^3(x-1)$
- (70) 方程式・因数分解・グラフの基本的な同値変形をかけ。
- (71) 不等式・最小値・グラフの基本的な同値変形をかけ。
- (72) (CM24) 最大・最小問題の4Points を述べよ。

<積分法>

- (73) 不定積分の定義を言え。
- (74) 定積分の定義を言え。
- (75) 定積分の図形的意味を言え。
- 面積 = , 体積 =
- (76) 偶関数・奇関数の積分について言え。
- (77) 絶対値のついた関数の積分の方法は？
- (78) $\int_a^{g(x)} f(t) dt$ を x で微分すると
- (79) 整関数 $f(x)$ を求める問いの分類と解法(I)~(V)を言え。
- (80) 面積の公式を言え。
- (81) 面積計算の手順を示せ。
- (82) 特殊Typeの図形の内積の求め方
①~⑤について述べよ。
- (83) $\int_a^b (x-a)(x-\beta) dx = \text{$
また、これを導け。
- (84) $\int_a^b (x-a)^p(x-\beta)^q dx = \text{$

- (85) 体積の公式を言え。
- (86) 複雑な立体の体積の求め方を言え。



<物理量と微分・積分>

- (87) 直線上を動く動点 P の物理量
- P の位置: $x=x(t)$ のとき
1. 速度 $v(t) = \text{$, 加速度 $a(t) = \text{$
2. $t=a$ から $t=b$ までの
- 変位: $x(b) - x(a) = \text{$
- 道のり: $s = \text{$

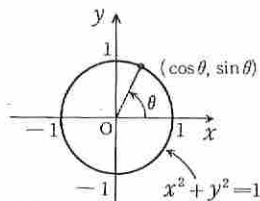
毎日10分の努力が合格への近道!

基礎解析基本プリント解答

<三角関数>

(1) $(\cos \theta, \sin \theta)$ は単位円周上の点

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = (\text{傾き})$$



(2) 角 = \pm (弧の長さ), $180^\circ = \pi$

(3) $-1 \leq \cos \theta \leq 1, -1 \leq \sin \theta \leq 1$

(4) $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ $x^2 + y^2 = 1$ に代入
 $\cos^2 \theta$ である

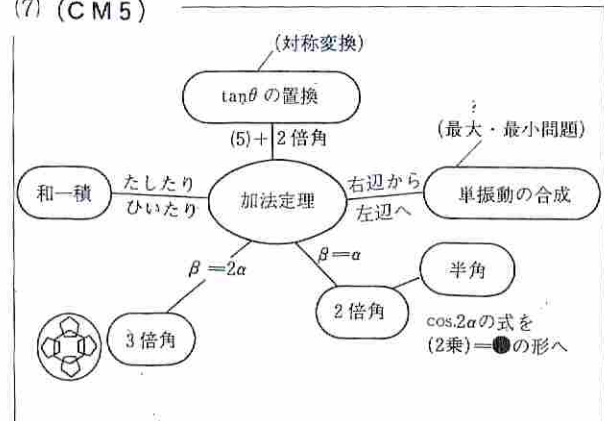
(5) $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

(6) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$

(7) (CM5)



(8) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

(9) $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$

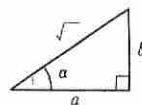
(10) $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

$\cos 3\alpha = -3 \cos \alpha + 4 \cos^3 \alpha$

(11) $\cos 2\theta = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \sin 2\theta = \frac{2t}{1 + t^2}$

(12) $a \sin \theta + b \cos \theta$

$$= \sqrt{\left(\frac{a}{\cos \alpha}\right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{b}{\sin \alpha}\right)^2 \cos^2 \theta}$$



$$= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

(13) 2乗は半角・積は2倍角

(14) ① $\cos \theta = x, \sin \theta = y$ とおくと, $x^2 + y^2 = 1$

② 与式を三角のいずれか1つで表し,
 (その三角) = t とおく (変域に注)

③ $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の対称式

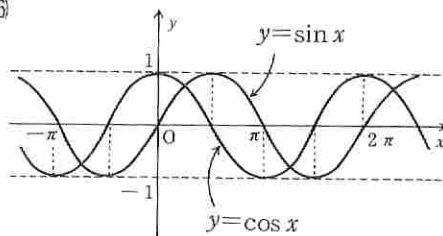
(和) $\sin \theta + \cos \theta = t$ とおく

2乗して(積), 単振動の合成で t の(変域)

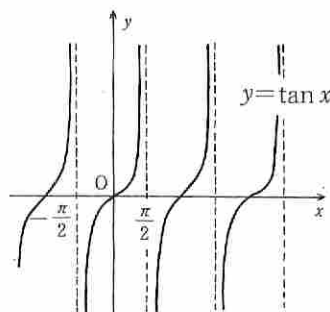
④ 2乗の和は $(\cos \theta, \sin \theta)$

2乗の差は $(1 / \cos \theta, \tan \theta)$

(15)(16)



(17)



(18) $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$

(19) $x = \cos \theta + i \sin \theta$ とおくと,

$x^n = 1 \Leftrightarrow (\cos \theta + i \sin \theta)^n = 1$

$\Leftrightarrow \cos n\theta + i \sin n\theta = 1$

$\Leftrightarrow \cos n\theta = 1$ and $\sin n\theta = 0$

$\Leftrightarrow n\theta = 2k\pi$ (k : 整数)

$\therefore x = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$

ド・モアブルの定理より

<指数・対数関数>

(20) $x^n = a$ の解 (n が偶数のときは $a \geq 0$ で, $\sqrt[n]{a}$ は正の解)

(21) $a^n = a \cdot a \cdot a \cdots a$ (n 個の積)

$a^0 = 1, a^{-1} = \frac{1}{a}, a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

(22) $\blacktriangle = \log_a \blacksquare \leftrightarrow \blacksquare = a^{\blacktriangle}$ (真数 $> 0, 1 \neq$ 底 > 0)

(23) $\blacktriangle = \log_a a^{\blacktriangle}$

(24) ① $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ ② $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
 ③ $(a^x)^y = a^{xy}$ ④ $(ab)^x = a^x \cdot b^x$

(25) ① $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

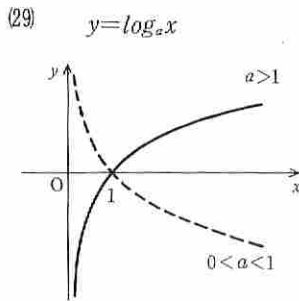
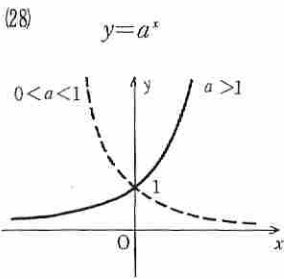
② $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

③ $r \log_a x = \log_a x^r$

④ $\log_a \blacksquare = \frac{\log_a \blacksquare}{\log_a \blacktriangle}$ (底変換公式)

(26) $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$

(27) 対数を1つにまとめる方向で計算し, 結果として指数計算に持ち込む。



(30) 指数 ① $a^x = t$ とおく ($t > 0$)

② $a^x + a^{-x} = t$ とおく

(相加・相乗平均より $t \geq 2$)

対数 $\log_a x = t$ とおく

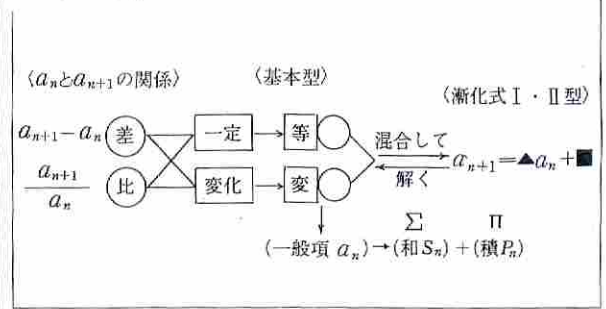
(31) ① (真数) $> 0, 1 \neq$ (底) > 0
 ② 底をそろえる
 ③ $\log_a \blacktriangle \cong \log_a \blacksquare$ の形へ
 ④ $\blacktriangle \cong \blacksquare$ → (答)

check!

(注) (底) < 1 のときは不等号逆転

<数列>

(32) (C M 11)



(33) $a_{n+1} - a_n = d$

(34) $a_n = a_1 + (n-1)d$

(35) $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ (たす順を逆にして $2S_n$ をつくる)

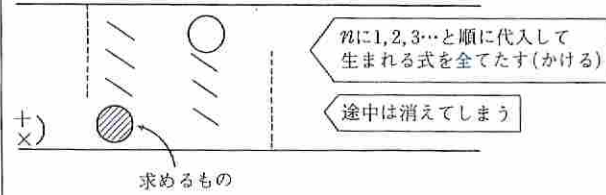
(36) $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ (比が一定 r)

(37) $a_n = a_1 r^{n-1}$

(38) $S_n = \begin{cases} \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} & (r \neq 1) \\ na_1 & (r = 1) \end{cases}$ (ずらして, ひく)

(39) ① $\ominus \cdots -$, $+$, d , Σ
 ② $\oplus \cdots /$, \cdot , r , Π (入れかえできる)

(40) [定義式 (基本となる n の入った式)]



(41) ① $\sum c = nc$ (c は定数)

② $\sum k = \frac{1}{2} n(n+1)$

③ $\sum k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$

④ $\sum k^3 = \left\{ \frac{1}{2} n(n+1) \right\}^2$

(42) $\sum k^b$ の公式は, $(k+1)^{b+1} - k^{b+1}$ の展開式を基本式としてまないたをやる。

(43) — (a_k の形) — (求め方)

- ① k の整式 $\rightarrow \Sigma$ —公式の利用
 ② k が肩だけ \rightarrow 等比の和の公式利用
 ③ k が肩やその他 \rightarrow ずらしてひく
 ④ k の分数式 \rightarrow 差に直してまないた

$$(44) \frac{\blacklozenge}{\bullet \blacktriangle \dots \blacksquare \star} = C \left\{ \frac{1}{\bullet \blacktriangle \dots \blacksquare} - \frac{1}{\blacktriangle \dots \blacksquare \star} \right\}$$

(注) $\sqrt{\quad}$ は有理化せよ 定数 C で修正

(45) $a_1 = S_1, a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$

(46) $a_1 = P_1, a_n = P_n / P_{n-1} (n \geq 2)$

$$(47) \frac{a_{n+1} = r a_n + d}{x = r x + d} \leftarrow \text{特性方程式をひくと等比}$$

(48) $a_{n+1} = r a_n + f(n)$ (両辺を r^{n+1} で割る)

① $f(n) = \blacksquare^n$ (n が肩にある)のとき,両辺を \blacksquare^{n+1} で割る \rightarrow (I型へ)② $f(n) = \blacktriangle n + \blacksquare$ (n の整式)のとき,上にずらして、ひく \rightarrow (I型へ)

(49) $a_{n+1} = \frac{r a_n + s}{p a_n + q} \quad x = \frac{r x + s}{p x + q}$ の2解 α, β を

求める

① $\alpha \neq \beta$ のとき $b_n = \frac{a_n - \beta}{a_n - \alpha}$ は等比② $\alpha = \beta$ のとき $b_n = \frac{1}{a_n - \alpha}$ は(I型・基本型)

(50) $a_{n+2} = p a_{n+1} + q a_n$

 $x^2 = p x + q$ の2解 α, β を求めると、与式は $(a_{n+2} - \alpha a_{n+1}) = \beta (a_{n+1} - \alpha a_n)$ と変形でき $\{a_{n+1} - \alpha a_n\}$ は等比, $\alpha = \beta$ のとき(II型)へ

$$(51) \begin{cases} x_{n+1} = a x_n + b y_n \\ y_{n+1} = c x_n + d y_n \end{cases} \quad (\text{連立型})$$

$(x_{n+1} - \alpha y_{n+1}) = \beta (x_n - \alpha y_n)$

をみたす α, β を求める \rightarrow (等比)

(52) ① 各群に入っている項の数に注目

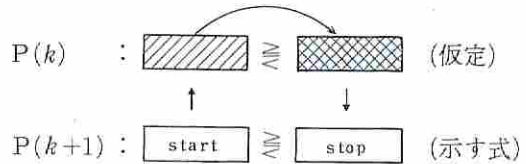
② 第何群の第何項目か、と問え

③ 各項の形に注目

(53) $\frac{a}{9} (10^n - 1)$ (第 n 項)

(54) (I) $P(1)$ を示す.(II) $P(k) \Rightarrow P(k+1)$ を示す.

(メモ)

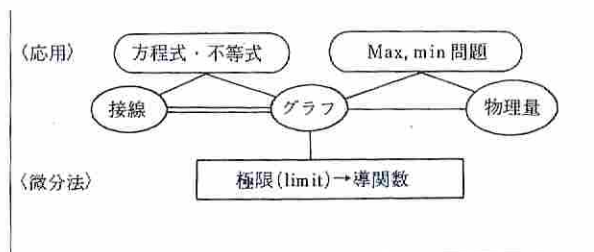


(III) 以上より成立する.

毎日10分のCheckが合格への近道!

<微分法>

(55) (C M18)



(56) $x \neq a$ で, x を限りなく a に近づけるときの, $f(x)$ は限りなく b に近づく

(57) x に a を代入して, (分母) $= 0$ となるときはその原因 $(x-a)$ をなくせ! ($\sqrt{\quad}$ は有理化・約分)

$$(58) f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

(59) $y=f(x)$ の点 x における接線の傾き

(60) ① $y=c \Rightarrow y'=0$

② $y=x^a \Rightarrow y'=ax^{a-1}$

③ $y=af(x)+bg(x) \Rightarrow y'=af'(x)+bg'(x)$

④ $y=f(x) \cdot g(x) \Rightarrow y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

⑤ $y=f(g(x)) \Rightarrow y'=f'(g(x)) \cdot g'(x)$

(61) $y=f(x)$ の $x=a$ における接線の方程式は

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

(62) (定義) 接点を通り接線に垂直な直線

$y=f(x)$ の $x=a$ における法線の方程式は

$$-f'(a)(y-a)=x-a$$

(63) 定義域 (x の変域) 全体を通して増加 (減少) のときは単調増加 (単調減少) という。

(64) (極大値) = 増加から減少に変わる境目の y 座標
 (極小値) = 減少から増加に変わる境目の y 座標

(65) グラフの凹凸 (曲がり方) が変わる境目の点
 \Rightarrow この点で $f''(x)=0$

(66)

- ① 定義域 (x の変域) ・ 対称性をみる
↓
- ② $f'(x)=0$ の実数解を求める
↓
- ③ 増減表をかく
↓
- ④ 極値を求める
↓
- ⑤ 他の点も求め, グラフをかく

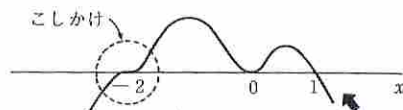
(67) 3次関数のグラフは次の3種類のみ



(68) 4次関数のグラフは次の4種類のみ



(69)



(70)

方程式 $f(x)=g(x)$ が重解 $x=a$ と実数解 $x=\beta$ をもつ

◀ 方程式の実数解

$\Leftrightarrow f(x)-g(x)=a(x-a)^2(x-\beta)(\dots)$ と
 因数分解できる

◀ 因数分解

\Leftrightarrow 2曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ が $x=a$ で接し,
 $x=\beta$ で交わる

◀ グラフの共有点

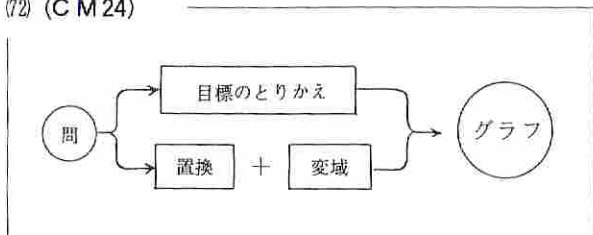
(注) a は $f(x)-g(x)$ の最高次の係数

(71) 不等式 $f(x) \geq g(x)$ が x のある変域で成立

\Leftrightarrow 関数 $y=f(x)-g(x)$ のその変域における
最小値が0以上

\Leftrightarrow 関数 $y=f(x)-g(x)$ のグラフがその変域
で x 軸より上にある

(72) (C M 24)



<積分法>

(73) $\int f(x)dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$

$$\int \blacktriangle dx = \blacksquare + C$$

(積分) ↑
↓ (微分)

(74) $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

(ただし, $F'(x) = f(x)$)

(75) (面積) $= \int_a^b (\text{線分}) dx$

(体積) $= \int_a^b (\text{断面積}) dx$

(76)

$$\int_{-a}^a f(x)dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x)dx & (f(x) \text{ が偶関数}) \\ 0 & (f(x) \text{ が奇関数}) \end{cases}$$

(77) (計算の手順)

① $y = (\text{絶対値の中だけ})$ のグラフの概形をかく.

↓

② 積分区間 をかき, 符号をつける.

↓

③ 各区間ごとに分割し, 絶対値のかわりに符号をつけて積分する.

(78) $\frac{d}{dx} \int_a^{g(x)} f(t) dt = f(g(x)) \cdot g'(x)$ (a : 定数)

(79) (I) $f'(x)$ がある \Rightarrow 積分する

(II) 次数がわかる $\Rightarrow f(x) = (\blacksquare \text{次式})$ とおく.

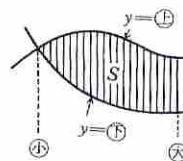
(III) $\int_a^x \dots$ (だけ) \Rightarrow 両辺を x で微分, $x=a$ を代入

(IV) $\int_a^x \dots + \frac{d}{dx} f(x) \Rightarrow f(x) = ax^n + \dots$ とおき,
 n を決定

(V) $\int_a^b \dots$ がある $\Rightarrow \int_a^b (\blacktriangle \text{だけ}) d\blacktriangle = k$ とおく

(80)

(面積) $S = \int_{\text{㊸}}^{\text{㊹}} (\text{㊺} - \text{㊻}) dx$



毎日10分の努力が合格への近道!

(81)

① 交点を求める (82)

↓

② グラフの概形をかく(メモ)

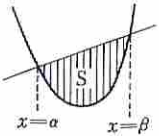
↓

③ $S = \int_a^b (\text{上} - \text{下}) dx$

↓

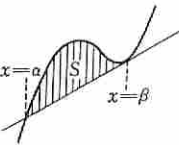
④ 積分の計算 ← まじめにテクニック

(82) ① 交点+交点-Type



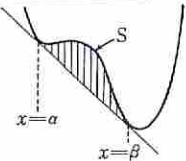
$$S = \frac{|a|}{6} (\beta - \alpha)^3$$

② 交点+接点-Type



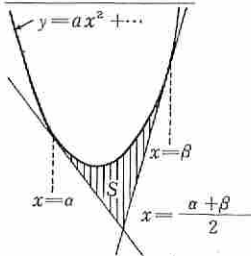
$$S = \frac{|a|}{12} (\beta - \alpha)^4$$

③ 接点+接点-Type



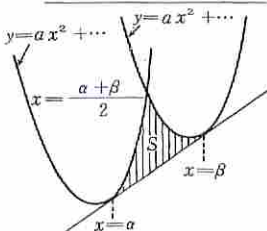
$$S = \frac{|a|}{30} (\beta - \alpha)^5$$

④ 放物線と2接線



$$S = \frac{|a|}{12} (\beta - \alpha)^3$$

⑤ 2放物線と共通接線



$$S = \frac{|a|}{12} (\beta - \alpha)^3$$

(平行移動で重なる放物線)

(83) $\int_a^\beta (x-a)(x-\beta) dx = -\frac{1}{6} (\beta - \alpha)^3$

(証明)

$$\begin{aligned} & \int_a^\beta (x-a)(x-\beta) dx \\ &= \int_a^\beta (x-a)(x-\alpha+\alpha-\beta) dx \quad \leftarrow \text{なぐって, さする} \\ &= \int_a^\beta \{(x-a)^2 - (\beta-a)(x-a)\} dx \quad \leftarrow \text{展開} \\ &= \left[\frac{(x-a)^3}{3} - (\beta-a) \frac{(x-a)^2}{2} \right]_a^\beta \quad \leftarrow \text{(x-a) の積分} \\ &= \frac{(\beta-a)^3}{3} - \frac{(\beta-a)^3}{2} \\ &= -\frac{1}{6} (\beta-a)^3 \end{aligned}$$

(84) $\int_a^\beta (x-a)^p (x-\beta)^q dx$

$$= -\frac{(-1)^q \cdot p! \cdot q!}{(p+q+1)!} (\beta-a)^{p+q+1}$$

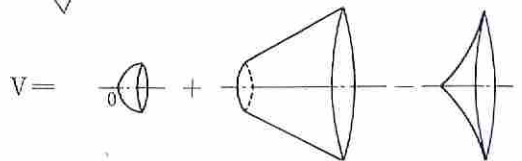
(85) 立体の体積

区間 (a, b) 内の任意の点 x で軸に垂直に切った断面の面積が $S(x)$ である右図の立体の体積 V は

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

(86)

基本型に分割



<物理量と微分・積分>

(87) 1. $v(t) = \frac{dx}{dt}, a(t) = \frac{dv}{dt}$

2. $x(b) - x(a) = \int_a^b v(t) dt$

$s = \int_a^b |v(t)| dt$

